PROCESO DE MODELACIÓN

Proceso de Modelación| Revista virtual
Universidad Católica del Norte, 54, 18-40

¿Cómo citar este artículo?

Bossio Vélez, J., Londoño Orrego, S. M. y Jaramillo López, C. M. (mayo-agosto, 2018). Proceso de modelación en el contexto del cultivo del plátano: una producción escolar relacionada con modelos lineales *Revista Virtual Universidad Católica del Norte,* (54), 18-40.

Proceso de modelación en el contexto del cultivo del plátano: una producción escolar relacionada con modelos lineales

Modeling process in the context of banana growing: a school production related to linear models

José Luis Bossio Vélez
Universidad de Antioquia
jose.bossio@udea.edu.co

Sandra Milena Londoño Orrego
Universidad de Antioquia
sandra.londonoo@udea.edu.co

Carlos Mario Jaramillo López
Universidad de Antioquia
carlos.jaramillo1@udea.edu.co

Tipo de artículo: artículo de investigación.

Recibido: 30 de junio de 2016 **Evaluado:** 20 de mayo de 2018 **Aprobado:** 08 de agosto de 2018

Resumen

Este artículo presenta algunos resultados de investigación, desarrollada bajo el método de estudio de casos, con estudiantes del grado décimo pertenecientes a una institución rural, y con el propósito de analizar un proceso de modelación matemática. En dicho proceso, se evidencia cuando los estudiantes generan modelos lineales, desde una situación en contexto del cultivo de plátano. Al final, se resalta el papel del contexto cotidiano, considerado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el cual posibilita la construcción de los argumentos necesarios, en aras de solucionar un problema cercano a la vida social y cultural de los estudiantes.

Palabras clave: Cultivo de plátano, Modelación matemática, Modelo lineal, Situación en contexto.

Abstract

This paper presents some results of a research carried out under the method of case study, with tenth grade students from a rural school in order to analyze a process of mathematical modeling. This process is evident when students generate some linear models from a situation in the context of banana. Finally, the role of the everyday context considered for the teaching and learning of mathematics is highlighted, allowing the construction of necessary arguments to solve a close problem to the students' everyday life.

Keywords: Learning design, Learning ecology, Digital educational ecosystem.

Introducción

Una de las preocupaciones como docentes, desde la experiencia, ha sido la desmotivación de los estudiantes en contexto rural, en el área de matemáticas, debido a que ellos describen esta asignatura como un área de conocimiento "difícil", por la cantidad de procedimientos y conceptualizaciones que ella requiere para su uso. Las dificultades que manifiestan los estudiantes pueden estar asociadas cuando la enseñanza y aprendizaje de ésta asignatura se inicia desde las matemáticas formales; caso contrario se observa cuando el Ministerio de Educación Nacional –MEN- (2006) orienta lo siguiente:

> (...) se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares. (p. 47).

El entorno social y cultural del estudiante, se puede considerar como un escenario natural de aprendizaje, que lo motivaría a utilizar unas matemáticas basadas en sus necesidades e intereses. Se presenta así una oportunidad para observar, en el aula de clase, las relaciones que establecen los estudiantes entre su vida cotidiana y el conocimiento matemático.

Así las cosas, se tienen en cuenta consideraciones de estudios como los de Trigueros, Ursini y Lozano (2000), González y Díez (2002), Quintero, Ruiz y Terán (2006), Londoño, Muñoz, Jaramillo y Villa (2011), y Villa & Jaramillo (2011), los cuales han reflexionado sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente cuando los estudiantes hacen uso del conocimiento matemático en el aula de clase. De igual manera, se analizan estudios como el de Blum (2002), para describir la modelación matemática en el aula de clase, al incluir asuntos de índole social y cultural; además, Blum & Borromeo (2009), permiten reflexionar algunas descripciones de los procesos y subprocesos del ciclo de modelación. Las anteriores consideraciones son abordadas con el propósito de analizar el proceso de modelación matemática, al utilizar los entornos de la vida cotidiana de los estudiantes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares.

Por otra parte, se esbozan algunas consideraciones teóricas y el diseño metodológico, en aras de analizar un proceso de modelación matemática. Este proceso se observó y analizó en un espacio ofertado a los estudiantes en el aula de clase, con el fin de generar modelos lineales en el contexto del cultivo de plátano, y con la intención de identificar la ganancia de la parcela familiar respectiva; estas parcelas se encuentran ubicadas en un sector de la región de Urabá, en el departamento de Antioquia. Finalmente, se presentan algunas conclusiones que resaltan la importancia de incluir situaciones conocidas por los estudiantes, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las cuales les posibilitaron reconocer el uso de las letras como variables, la creación de correspondencia entre el contexto cotidiano y el uso de su conocimiento matemático. Aunque se puede reconocer que: es la situación en contexto la encargada de motivar a los estudiantes a hacer uso de las matemáticas, de manera particular en el aula de clase.

Problema

En primera instancia, es necesario aclarar que el lenguaje algebraico es entendido como una forma particular de representación matemática, pero reconocido como un sistema de signos y reglas de transformación, el cual se incluye en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria y, a la vez, se presenta como una herramienta para generalizar las diferentes operaciones desarrolladas en la aritmética; al interior de este lenguaje, la letra "x" es usada como variable y conceptualizada como incógnita o número general o en relación funcional (Trigueros et al., 2000). Desde esta situación, se puede entender que, cuando a los estudiantes se les fortalece el uso de la variable como incógnita, más que las otras conceptualizaciones, se les estaría proyectando hacia el aprendizaje de las matemáticas como un campo que se dedica a realizar operaciones con letras y números, y, al mismo tiempo, con una exigencia de aprenderse los algoritmos para desarrollar las actividades que involucren la manipulación de expresiones algebraicas en el aula de clase.

Entonces, identificar el uso de la variable en diferentes conceptualizaciones se convierte en un obstáculo de tipo conceptual para los estudiantes, en tanto que no es común relacionarla con situaciones cotidianas. Además, según Trigueros et al. (2000) son los estudiantes quienes deben tener la habilidad de trabajar con la variable como un ente matemático integrado, cuando la usan en una situación específica, al pasar de un aspecto al otro (incógnita, numero general y en relación funcional) de manera flexible, y estos aspectos, los deben integrar en un mismo componente. Lo anterior, da la sensación de que cuando los estudiantes hacen uso de las letras como variables, y al no encontrarle un sentido, ellos le otorgan una significación diferente a lo que estipula el álgebra. Esto se puede afirmar a partir de algunas ideas expuestas por González y Díez (2002); a manera de ejemplo, la expresión "7m" es interpretada por parte de los estudiantes como 7 manzanas, en lugar de interpretar el operador 7 como el número que multiplica a lo que hubiere previamente de manzanas (letras como objetos). En esta mirada, la concepción del uso de las letras por parte del estudiante es totalmente diferente a las reglas de las operaciones estipuladas por la lógica del lenguaje algebraico. En este sentido, surge la necesidad de incluir en la enseñanza del álgebra escolar un contexto conocido que les permita a los estudiantes identificar, de manera flexible, el uso adecuado de las letras, en correspondencia con las reglas que se describen en el álgebra.

Los estudiantes pueden alcanzar a identificar las conceptualizaciones de los términos algebraicos de un polinomio, lo cual puede analizarse desde el estudio de Quintero et al. (2006), cuando hacen referencia a lo siguiente: "esta identificación ocurre sin que sea necesario acudir al significado de la palabra "Variable", ella simplemente queda representada con "x". Luego se procede a clasificar las expresiones algebraicas en monomios, binomios y trinomios" (p. 321). Se puede inferir que, cuando a los estudiantes se les enseñan directamente los nombres de los términos de los polinomios, ellos no son conscientes al usar dichos términos; en esta dirección, los temas en el aula de clase se correlacionan entre un nombre y el otro, reduciendo variable a la simple letra "x". Así las cosas, se estarían privilegiando sólo los procedimientos de tipo aritmético cuando se abordan temas correspondientes al álgebra escolar.

Aunque otros estudios, como los de Londoño et al. (2011), describen que los estudiantes pueden resolver operaciones bajo planteamientos procedimentales, este modo no garantiza que ellos comprendan los resultados:

> Los estudiantes pueden resolver un sistema de ecuaciones procedimentalmente bien, sin embargo, este hecho, no garantiza que las ecuaciones construidas, ni las interpretaciones de los resultados correspondan a la descripción y solución coherente de la situación. Este hecho nos permite suponer que una de las dificultades en la comprensión de un problema está en la articulación que debe hacerse y no se hace, entre el planteamiento algebraico y su proceso de solución y argumentación. (p. 9).

En este orden de ideas, se resalta la necesidad de buscar un mediador que les facilite a los estudiantes la coherencia entre la solución encontrada, como resultado de ejecutar el algoritmo, y la situación donde se genera el problema. Dicho de otra manera, buscar una alternativa que contribuya a relacionar el uso de los resultados derivados de los procesos algorítmicos con una situación conocida por los estudiantes, para dar solución al problema planteado.

Al parecer, es complejo para un estudiante hacer uso, de manera coherente, de elementos como: letras, signos, reglas y otros propios del área de las matemáticas; además, se les dificulta reconocer el sentido de estos elementos cuando abordan una situación de la vida cotidiana, con el propósito de dar respuesta a un problema. A continuación, se describen algunas consideraciones, con respeto a la modelación matemática como proceso en el aula de clase, con la perspectiva de permitirle a los estudiantes relacionar situaciones de la vida cotidiana, con el uso del conocimiento matemático.

Antecedentes

Algunas consideraciones sobre proceso de modelación y modelo matemático

El presente estudio consideró algunos planteamientos de Blum (2002), con respecto a la relación entre el mundo real y las matemáticas, y a través de un proceso de modelación, desde la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares; lo anterior, sin desconocer otras perspectivas de modelación, las cuales se pueden analizar desde Blomhøj (2009).

Los planteamientos de Blum (2002), en el sentido de incorporar la modelación matemática a la educación escolar, fueron debidamente estudiados en la etapa de análisis cualitativo de datos, reconociendo los elementos implicados, entre ellos la tabulación de datos y su representación en el plano cartesiano; esto como parte de la construcción de los modelos lineales, a partir de una situación en el contexto cotidiano de los estudiantes, teniendo en cuenta: la aproximación a un concepto matemático, el proceso de modelación y las situaciones en contexto, con respecto al entorno. Esto último, puede ser entendido, también desde Berrío (2011), cuando fue considerado el contexto rural de los estudiantes para ser incluido a un proceso de modelación matemática. Dicha situación fue pertinente, en tanto permeó la motivación de los estudiantes para buscar las matemáticas implícitas en el contexto del cultivo de café. En dicha investigación, sobresale la manera cómo los estudiantes transformaban aspectos de su cultura, al compartir sobre la creencia de que, en los terrenos inclinados, cabían más arboles de café, por tener mayor extensión de tierra. Pero, al modelar la forma de la ubicación de los árboles, encontraron una igualdad en la cantidad de los mismos, con respecto a un terreno plano. En el caso de este artículo, se describirá el propósito de los estudiantes al desarrollar un proceso de modelación en el contexto del cultivo de plátano, a partir de modelos lineales.

Con respecto a la modelación como estrategia pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, fue asumido el modelo matemático como una construcción, a partir de una situación en contexto, y basado en las consideraciones de Blum (2002) cuando afirma que:

> (...) a veces, un modelo será una construcción ad hoc idiosincrásica, pero a menudo será un modelo de un tipo estándar (por ejemplo, proporcionalidad inversa, el crecimiento lineal, exponencial o logarítmica, el oscilador armónico o el proceso de probabilidad de Poisson, etc.). (p. 10).

De acuerdo con esto, un estudiante puede hacer uso del conocimiento matemático de manera particular, aunque se entienda que el estudiante hace alusión a un concepto matemático para solucionar un problema relacionado con una situación en contexto.

Por otra parte, una "situación en contexto" se describe cuando Blum (2002) hace referencia al mundo real, centrándose en todo lo relacionado con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana, las materias de la escuela y la universidad, o los campos de conocimiento científico, diferentes de las matemáticas. En esta mirada, un modelo lineal fue evidenciado a partir de la situación en contexto del cultivo de plátano, como situación cercana al entorno social y cultural de los estudiantes, y, además, escenario que los motivó a buscar una respuesta frente a una problemática presente al interior de la actividad productiva familiar. Es decir, la realidad fue llevada por los estudiantes al aula de clase para desarrollar un proceso de modelación. En este caso, la posición del profesor para asumir esa realidad de los estudiantes fue entendida desde la mirada de Villa & Jaramillo (2011), cuando se refieren a la creatividad que debe tener el profesor para orientar un sentido de la realidad en procesos de modelación en el aula de clase.

Las actividades desarrolladas por los estudiantes durante el proceso, fueron analizadas a partir de algunos elementos expuestos en Blum & Borromeo (2009), con respeto al ciclo de modelación. Esto con la finalidad de exhibir los diferentes momentos y subprocesos desarrollados por los estudiantes al abordar una situación en el contexto del cultivo de plátano. Momentos entendidos desde: la elaboración del modelo de la situación, modelo real y modelo matemático, y los diferentes subprocesos, como: la construcción, simplificación/estructuración, matematización, trabajo matemático, interpretación, validación, y exposición de los modelos lineales. Lo anterior, no puede ser entendido como una ruta secuencial, sino como un ciclo donde el estudiante puede ir y venir en cada uno de los momentos, en aras de generar los modelos. Si en caso tal, un modelo generado no satisface la solución del problema o no representa el fenómeno para el cual fue construido, nuevamente los estudiantes pueden iniciar el ciclo hasta encontrar un modelo matemático que contribuya a la solución del problema.

Diseño metodológico

Este trabajo de investigación fue abordado bajo el enfoque cualitativo de estudio de casos (Stake, 1999). Se consideró este enfoque para analizar las distintas relaciones a profundidad, sobre la manera cómo los estudiantes desarrollan un proceso de modelación para generar modelos lineales, a partir de una situación en contexto. En este orden de ideas, el enfoque que orientó el estudio consistió en la investigación cualitativa, la cual posibilitó comprender el fenómeno de un proceso de modelación en un contexto particular conocido por los estudiantes; esto fue posible en tanto que, desde la posición de la práctica docente, se les permitió a los estudiantes usar su contexto cotidiano para desarrollar un proceso en el aula de clase. En este sentido, fue posible percibir la subjetividad, a partir de las sensaciones e impresiones de la relación del sujeto con el objeto de estudio, y desde las actividades y momentos que describieron un proceso de modelación, al generar modelos lineales en un contexto particular.

De igual manera, para el estudio de casos se consideraron tres (3) estudiantes, bajo los siguientes criterios: cursar el grado décimo y conocer las labores en el cultivo de plátano -sustento económico, por más de cuatro décadas, de las familias en el contexto social de la región de Urabá-. Por tanto, este estudio reconoce la manera cómo los estudiantes desarrollan un proceso de modelación matemática, y las diversas expresiones ligadas a su contexto cotidiano, las cuales les permitieron generar los modelos lineales.

La recolección de información se basó en los siguientes métodos: la observación directa, realizada en diferentes momentos del proceso de modelación, en contexto donde se generó el problema; la construcción y simplificación del correspondiente modelo lineal; y la exposición de los resultados. Según Stake (1999): “Las observaciones conducen al investigador hacia una mejor comprensión del caso” (p. 61). Esto se puede interpretar como las necesidades y las acciones de los estudiantes al abordar, mediante un proceso de modelación matemática, una situación de índole social y cultural. El otro método refiere los documentos escritos, los cuales permitieron evidenciar la exteriorización de los modelos lineales; y como último método, las entrevistas, a través de los cuales se recogieron las descripciones e interpretaciones, de manera natural, de los conceptos inmersos en contexto, al ser manipuladas las diferentes representaciones como tablas, gráficas y expresiones algebraicas lineales, que fueron utilizadas por los estudiantes para generar los modelos.

El estudio de casos requirió un trabajo de campo, articulado en su contexto natural de aula de clase, a lo largo de un semestre. A continuación, se relaciona el diseño de cómo se efectuó el estudio, y los procedimientos usados por el investigador, desde nueve momentos, con sus respectivas sesiones y su descripción para el estudio de casos:

Tabla 1
Descripción de Momentos

Momentos	Sesiones	Descripción de los momentos para el estudio de casos
m_1	S_1	Este momento consistió en la discusión entre los estudiantes, en el aula de clase de matemáticas, de las diferentes inquietudes sobre la situación en el contexto del cultivo de plátano, recordando la actividad productiva donde las familias generan el sustento económico y los estudiantes apoyan dicha labor. Por tanto, el propósito de este momento, consistió en la construcción de la pregunta que orientó el proceso de modelación matemática. El tiempo usado para la discusión fue de una sesión. La actividad propuesta para abordar este momento consistió en una mesa redonda, la cual propició la participación de cada estudiante del grado décimo. Esta actividad fue dirigida por el profesor, con el propósito de generar una discusión a partir de las necesidades de comprender ciertas situaciones del contexto del cultivo de plátano, a través de preguntas. Ejemplo, ¿cuál es la mayor dificultad que tienen sus padres de comprender una situación en el cultivo de plátano? ¿Por qué creen ustedes que no la entienden?, entre otras. Las distintas explicaciones e inquietudes de los estudiantes fueron grabadas y almacenadas, para su posterior análisis.

m_2	S_1 S_2 S_3	Los estudiantes al generar la pregunta para el proceso de modelación matemática, construida en el momento uno, procedieron a realizar consultas a sus padres y personas conocidas que también producen plátano tipo exportación. Lo anterior, les permitió aumentar el conocimiento relacionado con el problema. Así las cosas, los estudiantes construyeron el modelo de la situación, que consiste en describir los significados y conexiones de la situación en el contexto. Lo anterior, fue orientado bajo las necesidades e intereses de los participantes. El tiempo considerado para el desarrollo de este momento fue de 6 horas de clase, distribuidas en 3 sesiones.
m_3	S_1 S_2	La duración de este momento fue de 2 sesiones, y se continuó trabajando en el aula de clase con la lógica del momento dos. En este sentido, los estudiantes simplificaron y estructuraron los elementos que conformaban el modelo de la situación y, a la vez, incluyeron otros aspectos de la situación del contexto, el cual no habían considerado. Los documentos escritos por el estudiante durante el desarrollo de este momento fueron recogidos y escaneados para su respectivo análisis.
m_4	S_1	En este espacio, conformado por una sesión en el aula de clase, se realizó una actividad orientada al uso del plano cartesiano, en relación con una situación en contexto de la vida cotidiana. Esto con el propósito de que los estudiantes consideraran el uso de este sistema de representación, para describir la situación en el contexto del cultivo de plátano, y los orientara a producir sus propios modelos lineales.
m_5	S_1 S_2 S_3 S_4	Momento distribuido en cuatro sesiones; los estudiantes trabajaron en grupo en el aula de clase y generaron los modelos lineales, mediante el uso de los diferentes sistemas de representación, tales como tablas, gráficas cartesianas y algunas expresiones algebraicas para representar los modelos. A partir de estas representaciones, se realizaron preguntas estratégicas para que los estudiantes reflexionaran sobre la pertinencia de los modelos generados; es decir, los modelos qué tan ajustados estaban a la situación en el contexto, de manera que pudieran construir los argumentos necesarios para solucionar el problema. Las fuentes de información en este momento fueron las entrevistas abiertas con preguntas como: ¿para que utilizan las letras "x" y "y" en la fórmula?, ¿qué les posibilita describir la línea recta con la situación del cultivo de plátano? Las respuestas de los estudiantes fueron almacenadas en cintas de audio, y se recogieron los documentos escritos que permitían observar los modelos lineales generados hasta el momento.

	S_4	estaban a la situación en el contexto, de manera que pudieran construir los argumentos necesarios para solucionar el problema. Las fuentes de información en este momento fueron las entrevistas abiertas con preguntas como: ¿para que utilizan las letras "x" y "y" en la fórmula?, ¿qué les posibilita describir la línea recta con la situación del cultivo de plátano? Las respuestas de los estudiantes fueron almacenadas en cintas de audio, y se recogieron los documentos escritos que permitían observar los modelos lineales generados hasta el momento.
m_6	S_1	Se realizó una salida de campo, a una parcela cercana a la institución educativa, a 5 km de distancia aproximadamente, con el fin de que los estudiantes validaran la información utilizada en la producción de los modelos lineales. Esta actividad se desarrolló a través de un diálogo establecido entre los estudiantes y un productor con más de 20 años de experiencia en la exportación de plátano en la región. Los estudiantes en este diálogo realizaron preguntas para validar información de la situación en el contexto abordado desde el aula de clase. Este momento tuvo como duración una sesión de tres horas, y se utilizaron cintas de audio para almacenar las preguntas de los estudiantes y las respuestas del productor, como método de recolección de datos para realizarle el respectivo análisis.
m_7	S_1 S_2	Los modelos lineales fueron ajustados a la situación del contexto, por parte de los estudiantes en el aula clase, con una duración de dos sesiones (cuatro horas clase); lo anterior, con base en la reflexión sobre algunos elementos considerados importantes, por los estudiantes, provenientes del diálogo realizado con el productor. Es decir, los estudiantes validaron los datos y rediseñaron los modelos lineales, debido a que unos datos no se ajustaban a la realidad estudiada, y por tal razón, decidieron refinar los modelos. Las fuentes de información generadas durante el desarrollo de este momento fueron los documentos escritos y la observación directa, permitiendo capturar el rediseño de los modelos, a partir de la validación de información realizada en el momento seis.
m_8	S_1 S_2 S_3	En este momento se les permitió a los estudiantes exponer los distintos modelos lineales desarrollados para solucionar el problema, utilizando dos carteleras con un tamaño de 50 x 100 cm cada una. En una, plasmaron una tabla de doble entrada, y en la otra cartelera un plano cartesiano con las líneas rectas, en relación con los modelos lineales. Las sesiones utilizadas para desarrollar las exposiciones de los modelos en el aula de clase fueron cuatro, es decir, ocho horas

	S_4	de clase de 55 minutos cada una. En esta medida, se almacenaron en cintas de audio las discusiones generadas en el aula de clase por los estudiantes, como consecuencia de los modelos lineales y la solución del problema, expuestos por cada grupo. Y, además, se le tomaron fotografías a las carteleras, con el fin de ser utilizadas como documentos escritos para su respectivo análisis.
m_9	S_1 S_2	Dos sesiones de clase se dispusieron para desarrollar este momento, con el propósito de recoger experiencias y percepciones de los estudiantes, acerca de las diferentes descripciones del proceso de modelación matemática en el aula de clase y los modelos lineales generados. Las fuentes de información que se consideraron para este momento fueron las entrevistas abiertas almacenadas en cintas de audio, con preguntas tales como ¿qué diferencia observaron en la clase de matemáticas al resolver problemas, a partir del contexto del cultivo de plátano? ¿En algún momento se sintieron que no podían resolver el problema? ¿Qué se puede considerar como esencial a la hora de construir las fórmulas?, entre otras. Al final de este momento se recogieron los trabajos desarrollados en cada grupo de estudiantes con el propósito de escanearlos y almacenarlos, en aras de ser utilizados como fuentes de datos para realizar su posterior análisis.

Nota: Tabla realizada por los articulistas con información de Bossio (2014).

Para el análisis de la información, se tomó la mirada de Stake (1999), cuando se refiere a la interpretación directa de los ejemplos individuales, para luego sumarlos y convertirlos en categorías, hasta que se pueda decir algo sobre ellos como un conjunto. Dicho de otra manera, se separan, categorizan e interpretan los datos, para luego compilarlos y construir un esquema interpretativo, que permitió comprender la manera cómo los participantes realizaron un proceso de modelación matemática, a partir de una situación conocida.

Lo anterior, se realiza con el apoyo del software Atlas.ti Student License[1] para facilitar el análisis cualitativo. Después de recopilar y almacenar la información, mediante entrevistas, observaciones y documentos escritos, se interpretó lo observado, escuchado y escrito, mediante la técnica de triangulación de las fuentes de datos, expuesta en Stake (1999), lo que permitió observar si el fenómeno sigue siendo el mismo en otros momentos, en otros espacios o cuando los participantes interactúan de manera diferente. Estas interpretaciones fueron categorizadas y relacionadas, a través de un componente del software llamado Networks. Esto admite crear los esquemas interpretativos, permitiendo que emerjan los significados de las situaciones de mayor frecuencia, con el propósito de generar el hilo conductor que sirvió como apoyo para el análisis de resultados y la redacción del informe final.

[1] Licencia comprada en el año 2012, cuyo número de referencia es 34951909 y clave 71AE4-42A86-EBA6L-6QBZ1-002ID.

Resultados

Proceso de modelación en el contexto del cultivo de plátano

A continuación, en un contexto de cultivo del plátano, se realiza una descripción de cómo surge el problema para un proceso de modelación; luego, algunas acciones e interacciones de los estudiantes que los aproximó hacia conceptos matemáticos, al utilizar las letras como variables y representaciones gráficas; y al final, un resumen de los diferentes momentos y actividades que se resaltaron durante el proceso de modelación.

Las dificultades sociales abordadas en un proceso de modelación

Los participantes tienen los pseudonombres de Ezel, San y Rita[2], jóvenes entre los 14 y 16 años de edad, y que cursaban el grado décimo en una institución rural de la región de Urabá. Ezel y San han apoyado a sus padres en las labores de la parcela familiar, prácticamente toda su vida. En cambio, Rita eligió la situación del contexto de la energía prepago, debido a la difícil situación económica que estaba pasando su familia por el excesivo consumo de este servicio. Con esto, se evidencia que, cuando a los estudiantes se les ofrece un espacio para desarrollar un proceso de modelación en el aula de clase, es posible que sea orientado hacia la situación de mayor interés, en este caso hacia las dificultades económicas de la familia.

Debido a que el contexto de la energía prepago, abordado por Rita , es diferente al asumido por los otros dos estudiantes, se optó por analizar las situaciones relacionadas con el contexto del cultivo de plátano, lo que le permitió a los participantes desarrollar un proceso de modelación inducido, para generar modelos lineales, y al mismo tiempo, aproximarse a algunos conceptos matemáticos.

El problema planteado por los estudiantes en el aula de clase, fue el punto de partida para iniciar un proceso de modelación; este consistía en buscar una manera para deducir la ganancia en la producción del cultivo de plátano. El término “Problema”, no sólo debe entenderse como la oportunidad de abordar problemas prácticos, sino también de carácter objetivo, que motiven a describir, explorar, comprender o diseñar las partes del mundo (Blum, 2002). Por tanto, se evidencia este término a partir de las descripciones ofrecidas por los estudiantes, de la siguiente manera:

> A la ganancia mis padres si le prestan atención, ellos hacen una simple suma, pero no llegan a fondo, simplemente esa semana fueron tanto, pero ellos entonces al final terminan quejándose. Porque obviamente dicen que no ven ganancia, no hay utilidad, no alcanza para satisfacer dichas necesidades que son primarias, entonces al final terminan diciendo que esto no deja nada. (Ezel).
>
> En mi casa a los gastos no se le colocan casi atención, es decir, eso no se mira en detalle, le presta más atención al embarque[3]. (San).

---

[2] Proceso que se puede observar en el proyecto de Investigación: “Un proceso de modelación matemática desde una situación en el contexto del cultivo de plátano con estudiantes de grado décimo al generar modelos lineales” (Bossio, 2014). Proyecto desarrollado en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia.
[3] La palabra “embarque” hace referencia al proceso de cosecha y empaque del plátano para la exportación.

Se puede observar, según lo anterior, que los padres de Ezel exhiben la limitación de poder comprender las utilidades generadas por la producción de plátano; el método utilizado para deducir las utilidades no muestra un beneficio favorable a la economía familiar. De otro lado, la familia de San se interesa más por los ingresos económicos y no por los gastos generados; por tanto, Ezel y San, en compañía de sus compañeros, deciden buscar una solución a este problema, al plantear la siguiente pregunta *¿cómo deducir la ganancia en la parcela de plátano, a partir de las inversiones o gastos?*

Luego de planteada la pregunta, los estudiantes hicieron uso de su experiencia cotidiana y realizaron consultas a sus padres y personas cercanas, que también son propietarios de cultivos de plátano, con el propósito de recrear y construir la situación correspondiente. Esta construcción puede ser entendida, desde el ciclo de modelación de Blum & Borromeo (2009), como un proceso de construcción mental del problema, reflejándose a través de un modelo de la situación, el cual puede ser un boceto o una imagen. En este orden de ideas, el proceso de construcción del problema fue desarrollado en tres momentos, después de que los estudiantes delimitaran el problema, con base a la producción de una hectárea del cultivo de plátano.

Primer momento: los estudiantes inician describiendo los gastos y costos de las labores realizadas para el sostenimiento del cultivo. Esto puede observarse en el caso de Ezel, de la siguiente manera.

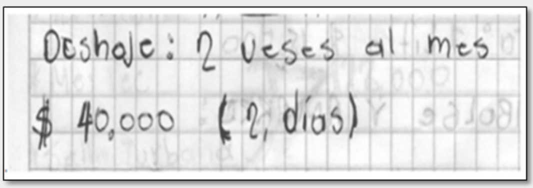


Figura 1. Gasto de una tarea de campo. Ezel.

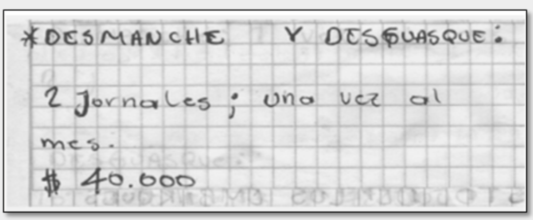


Figura 2. Gasto de una tarea de campo. Ezel.

Segundo momento: los estudiantes describen los gastos que se generan en el proceso de embarque, es decir, la actividad de seleccionar y empacar los plátanos en sus respectivas cajas, para luego ser enviadas a la comercializadora encargada de realizar el respectivo control de calidad, para exportarlas. Esto se puede evidenciar en la figura 3.

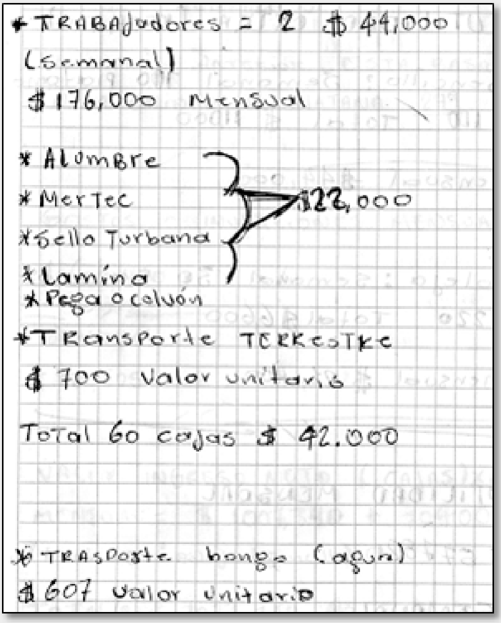

*TRABAjadores = 2 $ 44,000
(semanal)
$ 176,000 Mensual
*Alumbre
*Mertec
*Sello Turbana $22,000
*Lamina
*Pega o calvón
*Transporte terrestre
$ 700 valor unitario
Total 60 cajas $ 42.000
*Trasporte bongo (agua)
$ 607 valor unitario

Figura 3. Gastos del proceso de embarque. Ezel.

Tercer momento: los estudiantes realizan una descripción de los ingresos recibidos por cada caja exportada, los cuales son consignados, en las cuentas de ahorros de sus respectivos padres, por la comercializadora.

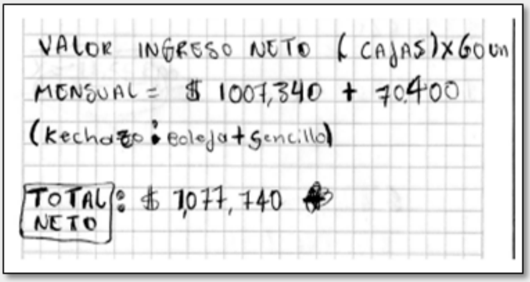

VALOR INGRESO NETO (CAJAS) x 60 un
MENSUAL = $ 1007,340 + 70400
(Rechazo: Boleja + Sencillo)
TOTAL NETO: $ 1077,740

Figura 4. Ingresos mensuales por cajas exportadas. Ezel.

Se puede observar que el estudiante ha calculado un promedio de 60 cajas exportadas por mes, y, además, incluye un ingreso por venta de rechazo. La venta de rechazo consiste en vender los plátanos que no cumplen con las normas de calidad para ser exportados, de tal manera que son vendidos en el mercado interno de la región.

Así las cosas, se puede decir que el subproceso de construcción del problema en el contexto del cultivo de plátano, para un proceso de modelación matemática, fue desarrollado por los estudiantes durante los siguientes momentos: los gastos en las tareas de campo, los gastos en el proceso de embarque y los ingresos económicos por la venta de las cajas exportadas. Se resalta la decisión de los estudiantes de construir una situación, con base a las etapas de la lógica de la actividad productiva familiar: actividades de campo, embarque y exportación.

Construcción de un modelo lineal a través del uso de las letras como variables

El haber desarrollado el subproceso de construcción del problema, permitió a los estudiantes tomar la información de los tres momentos, descritos en el apartado anterior, para generar el modelo de la situación. Tanto Ezel como San, procedieron a simplificar y estructurar la información de este modelo, con el propósito de construir lo que se conoce, desde el ciclo de modelación de Blum & Borromeo (2009), como el modelo real. Esta acción consistió en unificar los gastos que se generaban en cada una de las actividades de la parcela, generando como resultado los gastos generales. Luego, realizaron una diferencia entre los ingresos y gastos generales, con la finalidad de hallar una noción de utilidad. Como producto de este proceso, el modelo real se puede observar a partir de las figuras 5 y 6.

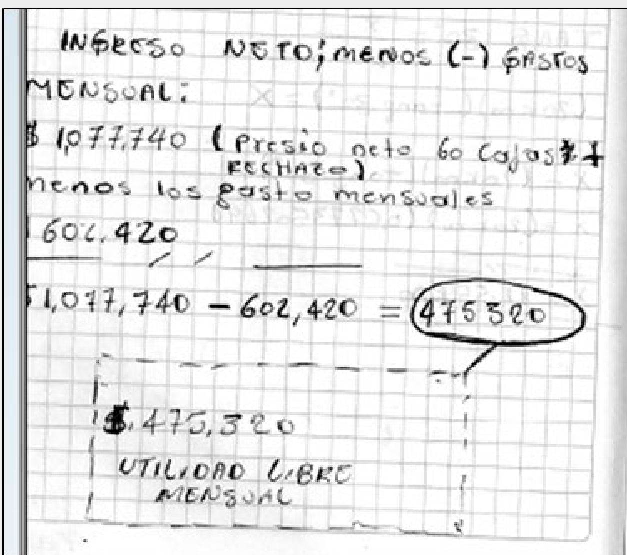
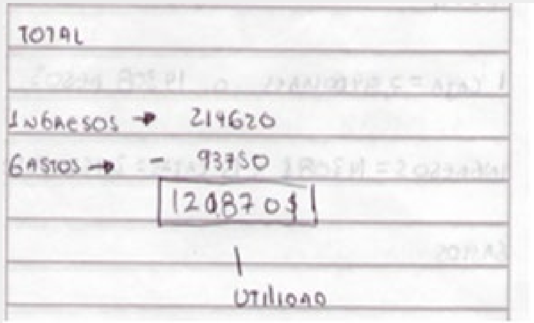


Figura 5. Modelo real que describe una noción de ganancia. Ezel.



TOTAL

INGRESOS → 214620

GASTOS → − 93750

120870$

UTILIDAD

Figura 6 .Modelo real que describe una noción de ganancia. San.

El modelo real, desde el contexto del cultivo de plátano, es construido por los estudiantes como una manera cualitativa de experimentar una noción aproximada de utilidad o ganancia. Se puede observar que Ezel describió una ganancia por un mes de $475.320, y San, por un valor semanal de $120.870. Se dice "noción", debido a que, durante el proceso de modelación, los estudiantes continuaron simplificando y estructurando información; por tanto, los valores de ingresos y gastos fueron cambiando. Lo anterior, se evidencia cuando Ezel presenta la tabla de doble entrada (Figura 7), con los gastos de la parcela más refinados:

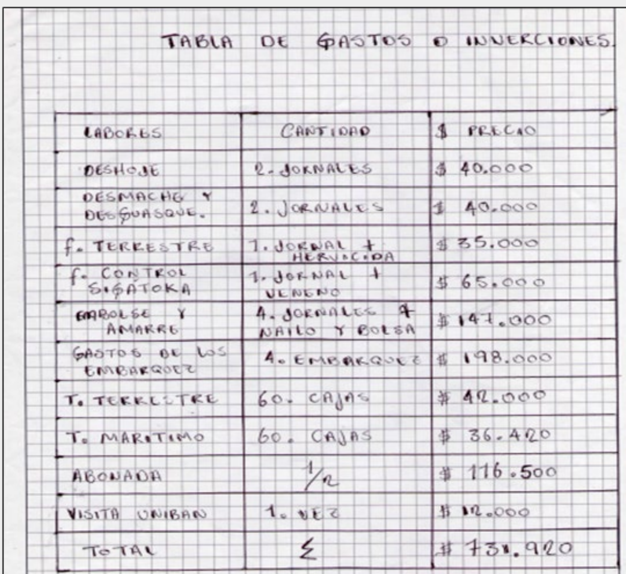


TABLA DE GASTOS O INVERCIONES.

LABORES	CANTIDAD	$ PRECIO
DESHOJE	2. JORNALES	$ 40.000
DESMACHE Y DESGUASQUE.	2. JORNALES	$ 40.000
f. TERRESTRE	1. JORNAL + HERVICIDA	$ 35.000
f. CONTROL SIGATOKA	1. JORNAL + VENENO	$ 65.000
EMBOLSE Y AMARRE	4. JORNALES + NAILO Y BOLSA	$ 147.000
GASTOS DE LOS EMBARQUES	4. EMBARQUES	$ 198.000
T. TERRESTRE	60. CAJAS	$ 42.000
T. MARITIMO	60. CAJAS	$ 36.420
ABONADA	1/2	$ 116.500
VISITA UNIBAN	1. VEZ	$ 12.000
TOTAL	Σ	$ 731.920

Figura 7. Tabla de gastos generales de la parcela. Ezel.

Proceso de Modelación| Revista virtual
Universidad Católica del Norte, 54, 18-40

Al lograr construir el modelo real, los estudiantes trabajaron con la información que les ofrecía este modelo. Es decir, los objetos, datos, relaciones y condiciones que constituyen el modelo real, fueron traducidos por los estudiantes a las matemáticas. Lo anterior, se reconoce como el subproceso de matematización. Mediante este subproceso, los estudiantes generaron modelos lineales para describir los ingresos por cada caja exportada. Esto se puede visualizar en las figuras 8 y 9.

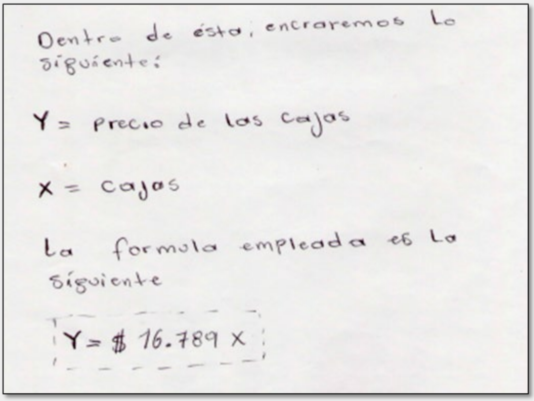


Figura 8. Uso de las letras como variables y el modelo lineal. Ezel.

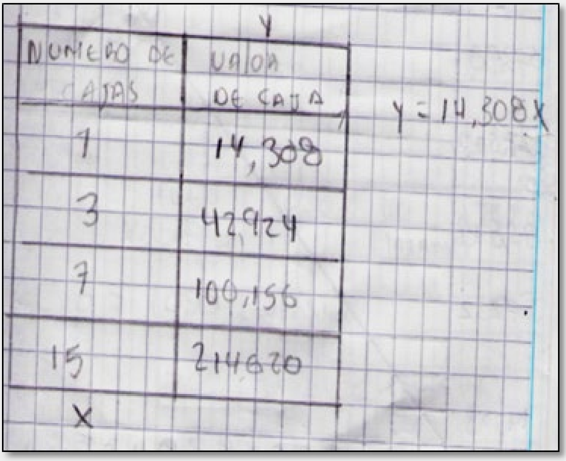


Figura 9. Uso de las letras como variables y el modelo lineal. San.

El uso de las letras “x” y “y” para representar variables, se puede reconocer a partir de las ilustraciones 8 y 9, cuando los estudiantes generan una correspondencia entre los significados del contexto del cultivo de plátano y las matemáticas, a través de expresiones algebraicas lineales. Además, los estudiantes relacionan estas dos variables de la siguiente manera: Ezel, nombró “cajas” a la letra “x”, describiendo cada caja exportada, con una constante de proporcionalidad de $16.789 pesos, la cual es el precio de venta de cada caja. A la letra “y”, la nombró “precio de las cajas”, para describir el ingreso pagado por la comercializadora, de acuerdo a las cajas exportadas. En el caso de San, realiza la misma relación, pero la constante de proporcionalidad la relaciona con un valor de $14.308 pesos. En este sentido, los estudiantes realizan una relación entre dos variables, lo que se puede asociar al concepto matemático llamado función lineal. Esto se puede afirmar a partir de Posada y Villa (2006) cuando describen que: “Determinar en el enunciado si la razón de cambio es explícita o implícita es importante puesto que, en ambos casos, si dicha razón de cambio es constante, entonces se puede asociar a una función lineal” (pp. 140-141). En esta mirada, la razón de cambio es explicitada por Ezel y San, a través de las constantes de $16.789 y $14.308, correspondientemente, las cuales son los valores que se determinaron por cada caja exportada. De tal manera que $y=16789(x)$ y $y=14308(x)$ son los modelos lineales generados respectivamente por cada estudiante, para describir los ingresos económicos de la parcela familiar. Y por medio de estos modelos, se puede evidenciar que los estudiantes se han aproximado a la función lineal.

Lo anterior, también se puede comprobar en los siguientes comentarios de Ezel, que, a la vez, describen la manera de construir una representación gráfica para ir en busca de la solución al problema.

> En este caso estamos trabajando el valor de la caja a $16.789 pesos, entonces hicimos una fórmula para la venta de y=$16.789(x). Lo que tratamos de hacer con los datos es construir una gráfica y encontrar el punto donde chocan los gastos y los ingresos, y qué pasaba ahí cuando se encuentren en ese punto, o sea que, de ahí para allá, obviamente, es lo que le llamamos nosotros como ganancia, si sabemos esa cantidad de gastos, obviamente, ejemplo, con 30 cajas tenemos para cubrir los gastos, eso lo que necesitamos, trazar la línea y que pasa de aquí para allá. Eso es lo que pensamos hacer, cuantas cajas necesitamos para librar los gastos y que pasa de ahí para allá.

Lo dicho por Ezel, muestra que se estaría superando la dificultad que describe González y Díez (2002), cuando se refieren al uso de las letras como objeto; en este caso, la situación en contexto les permite a los estudiantes identificar que el valor de la caja de plátano es la constante que multiplica a la letra “x”, lo que permite hallar el valor de los ingresos, de acuerdo a las cajas exportadas. Es decir, las letras, a partir del contexto del cultivo de plátano, cobran sentido para los estudiantes, al construir modelos lineales para describir una situación relacionada con la economía familiar. Por otra parte, se puede observar que Ezel, antes de construir la representación gráfica del modelo, describe una manera de deducir la ganancia en la parcela familiar, al narrar las relaciones entre las líneas rectas en el plano cartesiano. Estas relaciones serán analizadas en el siguiente apartado.

Solución del problema en cuestión desde las representaciones gráficas de los modelos lineales

Los estudiantes, luego de haber construido los modelos lineales respectivos, representados mediante las expresiones algebraicas $y=16789(x)$ y $y=14308(x)$, que permiten describir los ingresos por cada caja exportada, procedieron a realizar las siguientes representaciones gráficas de dichos modelos, con el fin de responder a la pregunta planteada al inicio de este proceso.

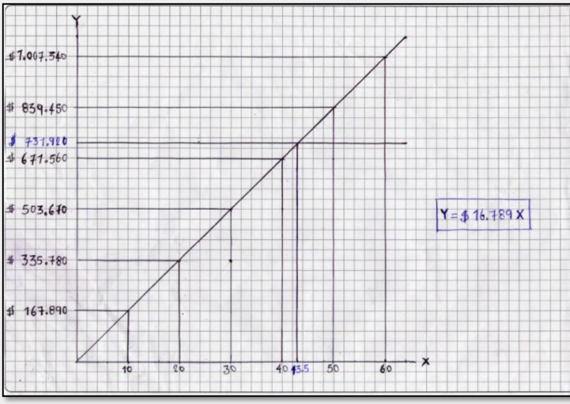


Figura 10. Representación gráfica del modelo lineal, en relación con los gastos. Ezel.

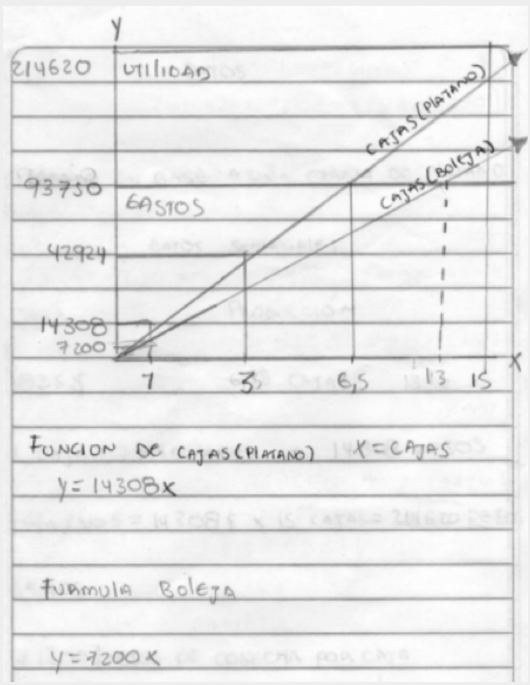


Figura 11. Representación gráfica exportación vs venta por rechazo. San.

A partir de las figuras 10 y 11, Ezel y San construyen lo que se conoce en matemáticas como la representación gráfica de la función lineal de la forma *f(x)=mx+b, m y b constantes y b=0*, la cual es una línea recta que pasa por el origen (0,0). Esto puede interpretarse con lo dicho por Blum, Galbraith, Henn & Niss (2007), cuando mencionan el uso de modelos estándar para describir una situación del mundo real. En esta perspectiva, el estudiante hace uso de la función lineal para modelar una situación en el contexto del cultivo de plátano, y hallar la manera de deducir la ganancia de la parcela familiar.

Por otra parte, de acuerdo a las figuras de la línea recta, Ezel y San construyen otro tipo de función, al trazar una línea paralela al eje "x", que señala el valor de los gastos generales en el eje "y". Ezel, señala el valor de $731.920 mensuales, y San de $ 93.750 semanales. Se puede afirmar que los estudiantes representan gráficamente una función constante o de pendiente cero (*f(x)=k*), al representar los gastos de cada cultivo de plátano. Además, las intersecciones de las líneas rectas en el plano cartesiano, les permitió a los estudiantes identificar el punto donde los ingresos son iguales a los gastos. A esta intersección, Ezel le otorga como significado "librar los gastos". Luego, a partir de dicho punto, él traza una línea perpendicular al eje "x", encontrando, de manera aproximada, la cantidad de cajas necesarias para librar los gastos mensuales de la parcela familiar. Lo anterior, también se puede evidenciar en un fragmento del episodio de la exposición realizada por Ezel en el aula de clase:

> **Ezel:** esta línea representa lo que son los gastos. Esta línea que va hacia arriba indican la cantidad de cajas que se necesitan para cubrir los gastos. Este punto indica donde inicia la utilidad.
> **Profesor:** ¿cuál es el punto donde inicia la utilidad?
> **Ezel:** este punto hacia allá, esto quiere decir que acá, ya se libró los gastos. Es decir, a partir del punto inicia la utilidad.
> **Ezel:** pues la plantación estando al control y todas sus labores al día, simplemente puede aumentar, quiere decir que la línea puede estirarse más hacia arriba, puede producir más utilidad.
> **Profesor:** Ezel, tú dices que en este punto hacia acá inicia la ganancia. Entonces ¿de qué punto hasta qué punto hay ganancia?
> **Ezel:** hasta el límite.
> **Profesor:** ¿Cuál es el límite?
> **Ezel:** hasta las 60 cajas.
> **Profesor:** usted dijo que los gastos se libran en 43.5 cajas. Entonces ¿Hasta el límite cuánto es la utilidad?
> **Ezel:**prácticamente se está librando un embarque, la ganancia es un embarque.

En correspondencia con lo que se acaba de mencionar, San, a diferencia de Ezel que sólo trazó dos líneas rectas en el plano cartesiano, para relacionar los ingresos y los gastos generales, se da a la tarea de trazar tres líneas rectas en el plano cartesiano, con las cuales describe los ingresos por cada caja exportada, ingresos por venta por rechazo y los gastos generales de la parcela, generando así una línea recta adicional, debido al otro tipo de venta realizada en la parcela, venta por rechazo, como se observa en la figura 11.

Una de las líneas rectas trazadas por San, está relacionada con la expresión algebraica *y=14308(x),* con el propósito de representar los ingresos por cajas exportadas. Algo similar a lo desarrollado por Ezel en el plano cartesiano, pero las descripciones de San, se fundamentan sobre lo que se produce o exporta en una semana en la parcela. La línea recta *y=7200(x)* describe la venta por rechazo que, particularmente, San la llamó por el nombre de fórmula de boleja. El término de "boleja", es usado para describir un estado del plátano que no puede ser exportado, debido a que no cumple con el tamaño exigido por las normas de calidad, es decir, puede estar demasiado grande, y por tal razón, es vendido en al mercado local. La cantidad de plátanos que en promedio son almacenados en una caja, oscilan entre 70-75 plátanos, pero cuando el plátano es de tipo boleja sólo caben en una caja entre 30 – 35 plátanos. Por tal motivo, San describe la venta por rechazo, almacenadas en cajas, a través de la expresión *y=7200(x)*; en este sentido, aproxima el precio de cada caja de rechazo a $7.200 pesos. En coherencia con lo anterior, él cree conveniente particularizar al eje *"x"* con el nombre de "cajas", y trazar otra línea recta en el plano cartesiano, con el fin de comparar la situación de exportar las cajas de plátano o vender el plátano en tipo boleja en el mercado local; esto, además, le permite al estudiante analizar que en la parcela ocurren dos tipos de ingresos. A partir del siguiente episodio, se pueden evidenciar las razones por las cuales San decidió hacer uso de tres líneas rectas en el plano cartesiano.

> **Profesor:** ¿Por qué utilizaron ese tipo de gráfica (gráfica lineal en el plano cartesiano)?
> **San:** Nosotros utilizamos esa gráfica para saber a cuántas cajas podemos librar los gastos, y de cuántas para allá es la utilidad. Ya la línea por acá significa la boleja, lo del rechazo, que habíamos dicho, si de pronto con cuantas cajas de boleja se podían librar los gastos. Aquí pusimos las cajas de boleja que equivalen a 30 plátanos, entonces pusimos que más o menos a las 13 cajas podrían librar los gastos, porque vea que en una caja de plátano que vale $14.308 pesos, y la caja de boleja $7.200 pesos, si con el plátano normal la libramos con 6,5 cajas, es el doble para librarla con cajas de boleja, que nos da 13 cajas para librar los gastos.
> **Profesor:** ¿Cuáles son los gastos en la gráfica?
> **San:** La raya esta (línea paralela al eje x indicando los gastos de $93.750 pesos), la raya que divide las líneas en dos.

Acto seguido, después de trazar la línea recta para representar los ingresos por cajas exportadas, y la recta de los ingresos por venta por rechazo, San trazó la recta paralela al eje "x", para describir los gastos generales. Esta línea corta a las otras dos líneas, generando dos puntos de intersección, lo que le permitió a San observar la cantidad de cajas necesarias, en cada tipo de venta, para librar los gastos generales. Es decir, para librar los gastos por un valor de $93.750 semanales, San observa como el punto de intersección de la línea recta señala que con 6,5 cajas se pueden librar los gastos de la parcela. Por otra parte, el estudiante observó que el punto de intersección de la línea recta de gastos generales y la de ingresos por venta de rechazo, indica que para poder librar los gastos por semana se necesitan alrededor de 13 cajas.

Asimismo, el representar la situación y describirla a través de líneas rectas en el plano cartesiano, le permitió a San superar la dificultad de identificar el proceso de iteración, elemento dinámico de una función, de acuerdo a su representación, aspecto mencionado por Sierpinska (1992). Esto muestra la manera cómo un estudiante, a pesar de que las líneas rectas sean trazadas en el papel y observadas como objetos estáticos, las puede considerar dinámicas, al tener en cuenta los cambios de las correspondientes variables, y de acuerdo a la situación en contexto. Este hecho se puede confirmar a partir del siguiente comentario realizado por San:

> **Profesor:** ¿Qué pasaría con las líneas de las cajas?
> **San:** Se tendría que vender más cajas para poder librar los gastos. Supongamos que en un mes gaste por ahí $ 510.000 pesos, y embarcando sería $810.000 pesos, le quedaría de utilidad $ 300.000 pesos. Profe, es que como sube esta línea [de ingresos] es porque se le está metiendo a la parcela, entonces inmediatamente sube. Entonces, ella va producir más y esta línea [de gastos] igualmente sube más. Mediante esa línea de gastos quiere decir

> que es casi imposible librar los gastos con boleja, debido que cada embarque, solo sale caja y un poquito, eso quiere decir que, se necesitaría 13 semanas para poder librar los gastos de una semana, por esa razón la gente deja la boleja para el consumo de la casa; por eso, es mejor trabajar con el plátano de exportación, porque ese es el que más se produce, ese es más importante. También puede haber un problema, si el dólar baja siguen siendo los mismos gastos y hay menos ingresos con las mismas quince cajas, siendo este análisis por semana. Ejemplo. Esta línea [de los gastos] que pasa por acá se necesitarían 13 cajas para librar los gastos, eso quiere decir que sólo dos cajitas es la utilidad, son como $28.000 pesos por ahí, porque el dólar está a $1800 pesos, más o menos, y cada caja es pagada a 7.84 dólares. Siendo las cajas reales y el dólar reales, realizamos la fórmula para saber a las cuántas se puede librar los gastos y por qué es mejor trabajar el dólar [con precio] estable. Esta es la fórmula de las cajas [y=14308x] y esta es la fórmula de las boleja [y=7200x].

En este orden de ideas, el análisis de las relaciones entre las líneas rectas, le posibilitó a San deducir que la venta por rechazo no era favorable para los ingresos en la parcela familiar. De otro lado, Ezel deduce que es necesario tener mayor control a los gastos de la parcela, de tal manera que sus padres puedan obtener una mayor utilidad.

Por tanto, se pudo evidenciar que los estudiantes, a partir de una representación gráfica, pueden describir situaciones en contexto que les permite resolver sus necesidades e intereses. Esto fue posible al generar una correspondencia entre elementos, tales como punto, tramos de líneas, relación entre líneas, plano cartesiano, entre otros, todo ello en el contexto del cultivo de plátano. De modo que el estudiante logre describir de varias maneras la ganancia en la parcela familiar, ejemplo: "este punto hacia allá, es decir, a partir del punto inicia la utilidad"; "prácticamente se está librando un embarque, la ganancia es un embarque". Por lo anterior, se puede inferir que, en este proceso de modelación matemática, desarrollado en el aula de clase, se observa en los estudiantes una fuerte inclinación por realizar el trabajo matemático a partir de representaciones gráficas.

Algunas conclusiones

Esta investigación permitió observar a los estudiantes de grado décimo en el aula de clase, desarrollar un proceso de modelación matemática que los induce a la tabulación de datos y su representación en el plano cartesiano, en correspondencia con la construcción de modelos lineales relacionados con situaciones de la vida cotidiana. Esto les posibilitó identificar la solución del problema de varias maneras y, a la vez, reconocer una percepción diferente del uso del conocimiento matemático en el aula de clase.

Además, al desarrollar un proceso de modelación matemática, se observó en los estudiantes fluidez verbal para describir la situación en su contexto cotidiano, a partir de los modelos lineales generados; esto, sin perder de vista el propósito de deducir la ganancia de su parcela familiar, es decir, solucionar un problema de su interés. La experiencia y la exploración de su vida cotidiana les facilitaron a los estudiantes apropiarse del conocimiento correspondiente, al observar y analizar los cambios de las variables inmersas en la situación de contexto, construyendo así una correspondencia entre las variables representadas a través de letras, su contexto cotidiano y las matemáticas.

Por otra parte, abordar en el aula de clase un proceso de modelación matemática relacionado con situaciones familiares y sociales, puede considerarse una manera innovadora de hacer uso diferente de las matemáticas, en tanto que puede observarse que los estudiantes realizan deducciones coherentes, a partir de representaciones gráficas cartesianas construidas por ellos mismos; de igual manera, les permite comprender el proceso de solución de un problema. Aun cuando es la primera vez que los estudiantes, participantes en el estudio, realizan este proceso en el aula de clase, vale la pena resaltar que la producción de plátano tipo exportación, en la región de Urabá, como una situación cercana a su contexto social y cultural, los motiva a producir unos cálculos matemáticos para satisfacer sus necesidades. Por tanto, esta propuesta de modelación, a partir del modelo lineal, les posibilitó la construcción de los argumentos necesarios para enfrentar un problema de una situación en contexto.

Así mismo, la investigación pone de manifiesto que las actividades desarrolladas, a través de la modelización, pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudarlos a construir nuevos modelos matemáticos, de tal forma que se pueda desarrollar en los estudiantes un razonamiento crítico, analítico y capaz de construir sus propios conceptos matemáticos. Es decir, formar un estudiante capaz de explicar racionalmente los procesos realizados y los resultados obtenidos, a la hora de modelar una situación problemática.

En consecuencia, es posible asumir la modelación matemática como un proceso que permite a los estudiantes relacionar su contexto cotidiano con las matemáticas escolares, ayudándolos a determinar rutas o estrategias con las que puedan relacionar su contexto teórico y cultural con la cotidianidad y, a la vez, lograr proporcionarle herramientas útiles para desempeñarse tanto en el mundo matemático como en el mundo real.

Propuesta para el aula de clase de matemáticas

Como propuesta para dinamizar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el marco de la modelación en el aula de clase, en la tabla 2, se resaltan las diferentes actividades y momentos desarrollados durante este proceso de modelación matemática.

Tabla 2
Actividades y sus momentos

Actividades	Momentos
Discusión entre los estudiantes en el aula de clase	Describir la situación en el contexto
Exteriorización y exploración, para generar información en relación con el problema	Análisis de la situación y construcción
Reducción de la información de la situación en el contexto	La simplificación/estructuración de la información
Identificar el uso de los sistemas de representación	Identificación de los cambios, a través de los sistemas de representación de manera particular
Construir gráficas e interpretación de dependencia entre variables	Traducción de una expresión verbal a una representación gráfica
Correspondencia entre el contexto y las variables	Los modelos lineales
Contrastar el modelo, a la luz de la situación el contexto	Validar los modelos: trabajo matemático e interpretación de resultados
Solución del problema	Construcción de argumentos para responder a la pregunta inicial
Presentación de los modelos y resultados en aula de clase	Exposición y discusión

nota. Tabla realizada por los articulistas con información de Bossio (2014).

Referencias

Berrío, A. (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hace los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.

Blomhøj, M. (junio, 2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. En M. Blomhøj & S. Carreira (eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (pp. 1 - 17). Roskilde, Dinamarca: Roskilde University.

Blum, W. (julio, 2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education: Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics, 51*(1-2), 149-171.

Blum, W. & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W. & Niss, M (Eds.). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th (ICMI) Study.* New York: United States: Springer.

Bossio, J. (2014). *Un proceso de modelación matemática desde una situación en el contexto del cultivo de plátano con estudiantes de grado décimo al generar modelos lineales* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

González, F. E., y Díez, M. M. (2002). Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra. *Propuesta para la Interacción Didáctica, 13*, 281-302.

Londoño, S. M., Muñoz, L. M., Jaramillo, C. M. y Villa, J. A. (27 de junio de 2011). Una aproximación a la noción de ecuación lineal. En *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.* Conferencia llevada a cabo en la Universidade Federal de Pernambuco. Recife, Brasil.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Posada, M. y Villa, J. A. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Quintero, R., Ruiz, D. y Terán, R. (junio, 2006). Las interpretaciones del símbolo "X" en los polinomios. *EDUCARE, 10*(33), 315-326.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (pp. 25-58). Washington, United States: Mathematical Association of America.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos.* Madrid, España: Morata.

Trigueros, M., Ursini, S. y Lozano, D. (agosto, 2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática, 12*(2), 27-48.

Villa, J. A. & Jaramillo, C. M. (2011). Sense of reality througt mathematical modelling. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning mathematical modelling* (pp. 701 - 711). New York, United States: Singer.