



Cómo citar el artículo

Parra-Zapata, M., Rendón-Mesa, P., Molina-Toro, J., Sánchez-Cardona, J., Ocampo-Arenas, M. & Villa-Ochoa, J. (2017). Participación de profesores en un ambiente de formación *online*. Ejemplo de un diseño en modelación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 50, 3-20. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/810/1328>

Participación de profesores en un ambiente de formación *online*. Ejemplo de un diseño en modelación matemática

Mónica Marcela Parra-Zapata

Licenciada en Educación Básica con énfasis en matemáticas
Magíster en Educación (Área de Educación Matemática)
Docente de la Universidad de Antioquia
Integrante Grupo MATHEMA-Formación e Investigación en Educación Matemática
monica.parra@udea.edu.co

Paula Andrea Rendón-Mesa

Licenciada en matemáticas y física
Magíster en educación
Doctora en educación (área de educación matemática)
Docente de la Universidad de Antioquia
Integrante del grupo Mathema – Formación e Investigación en Educación Matemática
paula.rendon@udea.edu.co

Juan Fernando Molina-Toro

Licenciado en matemáticas y física
Magíster en educación matemática
Docente de la Universidad de Antioquia
Integrante del grupo Mathema – Formación e Investigación en Educación Matemática
juan.molinat@udea.edu.co

Jonathan Sánchez-Cardona

Licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas
Integrante del grupo Mathema – Formación e Investigación en Educación Matemática. Universidad de Antioquia
jonathan.sanchezc@udea.edu.co

María Camila Ocampo-Arenas

Licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas
Integrante del grupo Mathema – Formación e Investigación en Educación Matemática. Universidad de Antioquia
camila.ocampo@udea.edu.co



Jhony Alexander Villa-Ochoa

Licenciado en matemáticas y física

Magíster en educación

Doctor en educación

Profesor de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Coordinador del grupo Mathema – Formación e Investigación en Educación Matemática

jhony.villa@udea.edu.co

Recibido: 8 de febrero de 2016.

Evaluado: 16 de agosto de 2016.

Aprobado: 29 de agosto de 2016.

Tipo de artículo: artículo corto.

Resumen

La formación de profesores en ambientes *online* es un tema emergente en la investigación en educación matemática. Cuestionamientos por los medios, ambientes y propósitos de esta formación ocupan un espacio en las agendas de investigación. En este artículo se presenta el diseño de un ambiente *online* para la formación de profesores de matemáticas en modelación matemática. El ambiente se ha propuesto para promover la participación de los estudiantes en diferentes escenarios de trabajo, sincrónicos y asincrónicos. Las consideraciones teóricas empleadas están en relación con la modelación matemática en la formación de profesores, los ambientes *online* y la *participación*. Se resalta que en un ambiente como el que presenta este artículo, la *participación* debe trascender criterios de visibilidad para ocuparse también de las interacciones, la interactividad y las contribuciones. Se presenta un ejemplo de tarea con el fin de ilustrar el ambiente de clase.

Palabras clave

Ambientes *online*, Formación posgraduada de profesores, Modelación matemática, Participación.

Teachers' participation in an online professional training environment. Example of a math modeling design

Abstract

Teaching training in an online environment is an emerging topic in math education research, thus, mass media questioning, educational environments and its purpose make part of the research agenda. In this article presents an online teaching training environment design addressed to math modeling teachers. This proposal aims to promote students' interaction in different working scenes, synchronous and asynchronous. The theoretical considerations mentioned here are based on math modeling teacher training, online environments and participation. It should be noticed that in this

environment participation goes beyond visibility taking care of the interactions, interactivity and contributions. Also, a task model is presented in this article in order to illustrate the teaching environment.

Keywords

Online environments, Math modeling, Participation, Post-graduate teacher training.

La participation des enseignants dans un environnement d'apprentissage en ligne. Un exemple d'une conception dans la modélisation mathématique

4

Resumé

La formation des enseignants dans les environnements en ligne est un nouveau problème dans la recherche de l'enseignement des mathématiques. Les questionnements par les médias, les milieux et les objectifs de cette formation occupent un lieu dans la recherche. Ce document présente la conception d'un environnement en ligne pour la formation des enseignants dans la modélisation mathématique. L'atmosphère a été proposé pour promouvoir la participation des étudiants dans différents scénarios de travail, synchrone et asynchrone. Des considérations théoriques sont utilisées en relation avec la modélisation mathématique dans la formation des enseignants, des environnements en ligne et de la participation. On a souligné que dans un environnement comme ce qui a été présenté dans cet article, la participation doit dépasser les critères de visibilité pour traiter également les interacciones, l'interactivité et les contribuciones. On présente un exemple de tâche afin d'illustrer l'environnement en classe.

Mots-clés

Les environnements en ligne, La formation de de troisième cycle des enseignants, La modélisation mathématique, La participation.

1. Introducción

En las últimas dos décadas ha habido un creciente interés por el diseño, la implementación y la valoración de ambientes de aprendizaje que hagan frente a las limitaciones de distancia geográfica, tiempo y espacio a las que se ven enfrentadas muchas instituciones y programas educativos. Al respecto, se han consolidado procesos formativos en ambientes mixtos de aprendizaje (*blended learning*) y en educación *online* (*e-learning*). La implementación de procesos de formación *online* se expande cada vez más rápido en los diferentes niveles educativos, asunto que para Shepherd, Bolliger, Dousay y Persichitte (2016) es uno de los motivos por los cuales los programas de formación de profesores deben preparar a futuros profesionales de la educación para desempeñarse en esta modalidad y convertirla en un objeto clave de su proceso académico y laboral.

En Latinoamérica, los ambientes mixtos y la educación *online* promueven los aprendizajes en diferentes niveles, entre ellos la formación inicial y continuada de profesores. Con relación a este último enfoque, en Perú, Colombia, México y Brasil, por ejemplo, se han diseñado programas de maestría “profesionalizante” en los que a través de la web se ofrecen alternativas para facilitar el acceso, flexibilizar el desarrollo curricular y aprovechar las opciones que ofrece la Internet para propiciar una formación que les permita a los educadores desempeñarse profesionalmente en su práctica escolar.

La formación para profesores en un ambiente *online* implica la reflexión y el reconocimiento de los roles que podría cumplir tal ambiente: entre ellos se destaca, primero, como objeto de conocimiento, es decir, la formación de profesores para su desempeño a través de este tipo de ambientes; y segundo, como herramienta o medio para la producción de conocimiento en otras disciplinas. Tanto como objeto o como medio, es importante reflexionar acerca de la visión de conocimiento y su relación con los modos de producción.

Para los autores de este artículo, el conocimiento no puede estar desligado de los modos en que se produce, de quién lo produce, ni de los usos y contextos en los cuales se usa. Por lo tanto, se pone de relieve la continuidad en la formación, la *participación* en diversas experiencias, la interacción con pares, la reflexión y la construcción de conocimiento de manera colaborativa, entre otros aspectos (Gros y Silva, 2005).

De forma específica, en educación matemática, la formación matemática de profesores en y a través de ambientes *online* es una preocupación actual. Borba y Llinares (2012) han señalado que la investigación en formación de profesores de matemáticas en ambientes *online* es emergente. En especial, identificaron temáticas en las cuales no hay aún suficiente investigación, a saber: redes y comunidades de

profesores en ambientes *online*; sostenibilidad de dichas comunidades y tipos de estructuras organizacionales; y prácticas de producción/construcción de conocimiento en las interacciones mediadas tecnológicamente en grupos de trabajo, entre otras.

Por otra parte, mediante una *survey* reciente, Borba, Askar, Engelbrecht, Gadanidis, Llinares y Sánchez-Aguilar (2016) determinaron que la formación de profesores en ambientes mixtos de aprendizaje es una de las cinco subáreas de investigación en el campo de las tecnologías en educación matemática. Estos investigadores ofrecen un espectro amplio de temas y recursos que se deben considerar en la educación *online*, entre ellos *massive online open courses*, repositorios digitales, objetos virtuales de aprendizaje, redes sociales y otros proyectos de formación matemática que no conducen a titulación académica (p. ej. Khan Academy), los cuales generan posibilidades de formación que trascienden la visión y los escenarios regulares de clase.

Atender a los desafíos investigativos descritos en la literatura presentada anteriormente implica centrar la atención en la constitución de ambientes que promuevan aprendizajes colaborativos, así como en las maneras de *participación* e interacción entre estudiantes, profesores y conocimiento. Por lo tanto, en este artículo se presenta un diseño de un ambiente *online* a partir del cual se estudian maneras de *participación* y se proponen alternativas encaminadas a promoverlas.

6

2. La participación en modelación matemática en un ambiente *online*

En la literatura se reconocen intereses por estudiar la *participación* en comunidades *online* (Malinen, 2015; Koh & Kim, 2004; Koh, Kim, Butler & Bock, 2007) y en ambientes educativos (Parra-Zapata & Villa-Ochoa, 2016; Crosthwaite, Bailey & Meeker, 2015).

De forma general, Malinen (2015) destaca que existe una cantidad significativa de investigaciones interesadas por estudiar la *participación* en las comunidades *online*. Según la autora, el estudio de las comunidades *online* se ha enfocado en la visibilidad, es decir, en la cantidad de intervenciones de los usuarios más que en la calidad de la actividad. Este tipo de orientaciones sugiere la necesidad de trascender de la noción de *participación* en la dicotomía activa y pasiva para centrarse en el diseño que posibilite el cambio a una noción que atienda a la diversidad de maneras de interacción social.

De forma concreta, Parra-Zapata (2015) estudió esta noción con estudiantes en ambientes de modelación matemática y destacó que puede adquirir distintas funciones, contenidos y responsabilidades de acuerdo con la manera en que los sujetos se involucran. Asimismo, reconoció que las interacciones y las

contribuciones promueven maneras de *participación* en las cuales los estudiantes reflexionan, dialogan, toman decisiones y asumen posturas críticas.

De acuerdo con lo anterior, en este artículo se presenta la propuesta de un diseño para un espacio de formación *online* de profesores de matemáticas articulado a una visión de *participación* que trascienda la visibilidad y que potencialice la riqueza de las diferentes maneras que ofrece de acuerdo con su contenido, las interacciones y las contribuciones al colectivo de profesores que se forman en modelación matemática.

2.1. La formación de profesores en modelación matemática

Para los autores del presente artículo, es importante que los profesores enfrenten situaciones y tengan experiencias en las que produzcan conocimientos articulados a sus maneras de producción, sus usos y significados en los contextos en los cuales se producen. Para ello, es importante que reflexionen sobre dichas experiencias y las confronten con sus propias prácticas, en aras de establecer acciones que permitan valorar y promover su desempeño profesional. En esta visión de experiencias de producción de conocimiento, los ambientes (con sus recursos, medios y tecnologías) no pueden considerarse elementos neutros, sino que deben llevar a la transformación del mismo.

El interés por la modelación matemática se justifica en la diversidad de investigaciones que evidencian las posibilidades que esta ofrece para la comprensión matemática (Trigueros, 2009), la constitución de visiones de dicha disciplina articuladas a los usos y aplicaciones en fenómenos propios de la sociedad y la cultura (Villa-Ochoa y Berrío, 2015) y el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes (Zöttl, Ufer, y Reiss, 2011). Para ello, la modelación matemática no se agota en una única perspectiva investigativa (Kaiser y Sriraman, 2006), ni en la visión generalizada de ciclo que se recorre entre un dominio matemático y otro extramatemático con el fin de construir, usar y validar modelos (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007); más allá de ello, reconoce las construcciones, reflexiones y discusiones acerca de los usos y análisis de modelos existentes en la literatura y comunidades científicas (Villa-Ochoa, 2016).

Una parte de la investigación en formación de profesores en modelación matemática ha enfatizado en el conocimiento del docente. Así, Doerr & Lesh (2011) reconocen la existencia de estudios que rescatan un conocimiento del profesor con cualidades como: a), una comprensión del contenido matemático; b), una comprensión de la multiplicidad de maneras en que se puede desarrollar el pensamiento de los estudiantes; y c), un conocimiento de las estrategias pedagógicas que se pueden extraer en diferentes contextos para apoyar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Los autores discuten que estas características en sí mismas no captan plenamente la distinción fundamental en la naturaleza de los conocimientos de los profesores, entre las acciones que los

profesores tienen en sus prácticas y cómo las interpretan. Por tanto, señalan que una característica distintiva de la enseñanza se refleja en la riqueza de maneras en que el profesor interpreta su práctica, y no solo en las acciones que ella toma.

La tarea de formar profesores de matemáticas en/para la modelación adquiere mayores desafíos cuando se reconocen las dificultades que tiene su integración en el aula. Estas comprenden, en primer lugar, la creencia de los profesores de que la modelación matemática es menos útil que otras ramas de las matemáticas (Lingefjärd, 2007); en segundo lugar, las altas demandas matemáticas, pedagógicas y personales que la modelación impone a los profesores (Niss, 2001); y en tercer lugar, las relaciones entre el profesor y el trabajo, la escuela, el currículo y la modelación matemática en sí (Silveira & Caldeira, 2012).

Este tipo de dificultades pone de relieve necesidades que deben ser atendidas durante el proceso de formación de profesores, entre ellas la de tener experiencias de producción de conocimiento acerca y a través de la modelación; construir reflexiones; confrontar sus propias prácticas y el diseño de acciones que permitan llevarlas a cabo; y enfrentar los diferentes desafíos que la literatura reporta acerca de su integración en las matemáticas escolares.

Ahora bien, en los ambientes *online* deben reconocerse sus posibilidades y restricciones para el aprendizaje: particularmente en el área de matemáticas, es importante que no se limiten a ser espacios para la réplica de prácticas rígidas, transmisionistas y expositivas donde el conocimiento se transfiere entre sujetos, independientemente de los medios que intervienen (Borba & Villarreal, 2005).

En consecuencia, es importante estudiar los modos en que participan los profesores y cómo se involucran en la producción de conocimientos matemáticos y no matemáticos en relación con la modelación matemática escolar.

2.2 La participación en la investigación educativa. Implicaciones para el diseño de un ambiente online

La participación es un concepto que ha llamado la atención en diferentes investigaciones (Parra-Zapata & Villa-Ochoa, 2016; Malinen, 2015; Torres, 2014; Bechmann & Lomborg, 2013; Cook, Teasley & Ackerman, 2009; Gordillo, 2006). En un sentido social, Gordillo (2006) destaca que participar implica “hacer parte de” diferentes situaciones. Hacer parte es implicarse en la democracia, en la vida cotidiana, como consumidores, como habitantes de una ciudad o comunidad rural, como usuarios de servicios, como miembros de asociaciones, y como responsables de nuestro quehacer profesional, entre otros.

En el ámbito educativo, Bispo (2014) asume la *participación* como la descripción de una experiencia vivida en un grupo de personas que comparten la misma práctica. Dicha descripción se reconoce en términos de las relaciones, las interacciones, los cuestionamientos y las oportunidades para vincularse y las

transformarse. Payler, Georgeson y Wong (2016) indican que para visibilizar la *participación* de los estudiantes deben consolidarse en el aula diferentes prácticas que permitan la construcción conjunta de nuevas situaciones y conocimientos, los cuales se vinculan con reconocer las acciones, las contribuciones, las negociaciones, las confrontaciones y las perspectivas variadas.

Al modelar matemáticamente, la *participación* se torna importante porque ofrece una comprensión de los diferentes roles y voces de los actores (en este estudio de los profesores de matemáticas y sus formadores) y de las maneras como actúan con el conocimiento matemático, con el contexto, con sus compañeros y con el profesor (Parra-Zapata, 2015). Según esto, la *participación* se manifiesta y caracteriza en las formas de actuación y el compromiso que los estudiantes adquieren cuando modelan matemáticamente, así como en los posicionamientos que asumen y usan en la toma de decisiones y su contribución al mejoramiento de situaciones en su contexto. Lo anterior se vincula con asuntos como la descripción e interpretación de las situaciones o fenómenos a estudiar, la matematización de relaciones propias de la situación, la interpretación y el análisis de los resultados, entre otros (Parra-Zapata, 2015).

En el presente artículo, la visión de *participación* no solo se centra en la visibilidad sino también en la interactividad, las interacciones y las contribuciones.

La visibilidad se reconoce en la cantidad de veces que el usuario se vincula y compromete con las actividades descritas en el ambiente. En coherencia con Malinen (2015), la visibilidad incluye una revisión explícita del contenido, su influencia y contribuciones a la comunidad.

Por su parte, la interactividad se entiende como una relación comunicativa que establecen dos o más personas, mediada por un entorno digital. Esta interactividad distingue dos tipos, a saber: la *interactividad selectiva* que se da entre el usuario y los contenidos; y la *interactividad comunicativa* que se establece entre individuos (Rost, 2004).

La interacción es la acción de debatir y negociar significados de ideas, visiones, reflexiones, sentimientos, hallazgos y posturas con respecto a un objeto de estudio. Cabe aclarar que la interacción no implica necesariamente llegar a acuerdo y no consiste en la sola transmisión y recepción de un mensaje, sino en una serie de discusiones espontáneas, argumentadas y coherentes entre estudiantes, con o sin la *participación* del profesor, para lo cual es necesario que la actividad se oriente a fomentar el análisis de diversos puntos de vista y a la toma de posición al respecto (Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016).

Las contribuciones se entienden como los aportes que se hacen a las discusiones y a la actividad que se realiza, y también como el contenido y las argumentaciones. Todo ello va más allá de afirmar “estoy de acuerdo” o “no me parece”: se vincula más con los aportes productivos que agregan valor a lo que se discute, que ayudan

a otros a expresar lo que piensan y a explorar nuevas áreas (Parra-Zapata & Villa-Ochoa, 2016).

Comprender la *participación* de acuerdo con la *visibilidad*, la *interactividad*, las *interacciones* y las *contribuciones* conlleva a que el ambiente de aprendizaje se transforme en un escenario de posibilidades para la formación del profesor y, por tanto, los roles y las voces de los participantes se tornan dinámicos. En el siguiente apartado se presenta la estructura general de un curso y el diseño de un ambiente de aprendizaje *online* en que los autores del presente artículo promueven la *participación* en actividades de formación en modelación matemática escolar.

3. El diseño de un ambiente *online* para la formación de profesores en modelación matemática

El diseño de un espacio de formación de profesores debe considerar aspectos geográficos, culturales y temporales que condicionan su orientación y sus propósitos. En este artículo se presenta una propuesta para atender a los requerimientos de un curso de formación en el que la modelación es una de seis temáticas a desarrollar. Este fue propuesto en el marco de un proyecto de investigación acerca de la formación posgraduada de profesores de matemáticas en un ambiente *online*, y organizado por un colectivo de investigadores que posteriormente invitó a los autores de este artículo para diseñar y desarrollar un módulo en el tema de modelación matemática.

El diseño general del curso incluye ocho sesiones sincrónicas de cuatro horas cada una (el tema de la modelación ocupa una de ellas). En las sesiones se dispone de las plataformas WizIQ y Moodle. El espacio correspondiente a la temática de modelación matemática es diseñado por quienes ostentan la autoría de este artículo. En el diseño se promueve la *participación* de los estudiantes (profesores estudiantes de maestría) en los diferentes componentes del espacio de formación. Además, se ha compuesto un conjunto de actividades asincrónicas, previas a la intervención sincrónica: análisis de episodios de modelación, construcción de *wikis* y solución de una tarea de modelación.

El análisis de episodios de modelación se da a partir de los ejemplos propuestos en textos publicados y videos producidos por profesores o estudiantes en el tema. Entre estos se encuentran, por ejemplo, el libro de Meyer, Caldeira y Malheiros (2011) y los videos "*Teia da aranha. Uma relação intrínseca da Biologia com a matemática*"¹, y "*Modelación matemática en la redistribución espacial de una vivienda*"². En el primer video, un conjunto de estudiantes presenta sus comprensiones frente el uso de la matemática para describir un fenómeno propio

¹ Consultado el 22 de enero de 2016 y disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=kKzQgftpZnE>.

² Consultado el 22 de enero de 2016 y disponible en https://www.youtube.com/watch?v=sbgjNXc_tbw.

de la biología; y en el segundo, el autor describe su experiencia en el desarrollo de un proyecto de modelación y muestra cómo a través de la geometría logró resolver algunos problemas de distribución espacial en su nueva vivienda.

En el diseño de esta primera actividad de análisis se propone que los estudiantes se enfrenten primero de manera individual; y luego en discusiones colectivas de trabajo, previamente organizadas por los profesores que orientan el espacio. Con ello se promueven tres acciones: 1) la identificación de similitudes y diferencias entre los episodios; 2), las reflexiones acerca de las posibles condiciones que se dieron para construirlos; y 3), la definición de aspectos a considerar para que ellos mismos diseñen e implemente este tipo de tareas en sus propias prácticas.

Con estas actividades se busca que los estudiantes (profesores en ejercicio) reconozcan, reflexionen y generen contribuciones acerca de la diversidad de propósitos, intereses y maneras de hacer modelación matemática. Por lo tanto, se promueve *una participación* que se evidenciará en un trabajo conjunto a través del cual se generará el intercambio de información, ideas y reflexiones acerca del significado de modelar y de sus posibilidades y limitaciones en las matemáticas escolares. Asimismo, se verá el *contenido de la participación* a través del reconocimiento de las acciones de los autores de los episodios, de los compañeros del colectivo y cómo a partir de ellas se toman decisiones particulares para constituir miradas propias. Como producto de esta primera actividad asincrónica se propone que los estudiantes construyan, de manera conjunta, un documento a través de Google Drive en el que consignen sus reflexiones, propuestas y valoraciones acerca de la experiencia.

La segunda actividad consiste en la construcción de dos *wikis*; una orientada a aquellos estudiantes cuyo interés fuese la investigación en la modelación matemática y la otra dirigida a quienes se motiven por su rol como profesores usuarios de la modelación matemática. Las *wikis* se consolidan como un espacio rápido, productivo y abierto a una amplia gama de aplicaciones de colaboración que promueven la *participación* de los individuos en un colectivo (Bryant, Forte y Bruckman, 2005): por tanto, se asumen como espacios para poner en discusión algunos términos clave en la investigación y en la implementación de la modelación matemática en el aula. En este sentido, se espera que a partir de las *wikis* se reconozcan algunas ideas, consideraciones y experiencias que los profesores tienen frente a la temática y, a través de un trabajo colectivo, poner en discusión y ampliar las visiones sobre la misma. En esta actividad, la *participación* se reconoce como una contribución individual articulada al colectivo, donde se genera consenso y conocimiento cuando cada uno de los participantes reconoce el trabajo del otro para complementar, ajustar, aclarar o debatir lo previamente dicho.

En coherencia con Villa-Ochoa (2015), es necesario reconocer las visiones que los profesores tienen sobre la modelación, sus experiencias y las maneras en que ellos ven y justifican sus prácticas. Por tanto, se espera que —a través de las *Wikis*— la *participación* se materialice en las contribuciones a la producción de conocimiento,

lo que incluye complementos o consensos entre las diferentes visiones y experiencias con la modelación matemática y la colaboración con el otro para consolidar ideas conjuntas en torno a dicha área.

Una tercera actividad del trabajo asincrónico busca la solución de un conjunto de tareas de modelación. Para su desarrollo se consideran las siguientes acciones: i), que realicen la tarea de manera individual o colectiva; ii), que generen espacios de encuentro para discutir acerca de la naturaleza de la tarea, es decir, reconocer sus propósitos, alcances, posibilidades, restricciones y ambientes que se deben configurar para su implementación en las aulas de matemática; y iii), que diseñen un plan de gestión para las tareas, previa valoración de su pertinencia en el trabajo matemático escolar. Dichas tareas estarían disponibles en Google Drive y se sigue a los equipos de trabajo que intercambien ideas y generen discusiones a través del chat del Drive o de herramientas como Skype, Oovoo y Google Hangouts, entre otras.

Por otra parte, la intervención sincrónica se desarrollará a través del formato que proporciona WizIQ y se apoyará en actividades con herramientas como foros (Moodle) y a través de Google Drive.

El trabajo en la sesión sincrónica se estructura en tres momentos: el primero se dedica a la valoración del trabajo que se realiza en forma asincrónica. A la luz de esta valoración, se presentan otras ideas complementarias y que promuevan mayores discusiones acerca de los roles y maneras que adquiere la modelación matemática según las realidades escolares en las que se involucran los profesores. El segundo momento radica en analizar y reflexionar el uso de los contextos en los que se hace modelación matemática y sus implicaciones para el aula; y el tercero comprende el desarrollo de una tarea de modelación o uso de modelos matemáticos en el aula de clase (p. ej. la tarea de uso y análisis de modelos de crecimiento fetal descrita en la experiencia de Villa-Ochoa [2016]). A manera de ejemplo se presenta en el numeral 4 de este artículo una tarea de modelación y su propuesta de implementación en un ambiente *online*.

El objetivo del tercer momento de la sesión sincrónica es que los profesores entren en “actividad matemática”; es decir, que puedan tener una experiencia de creación, uso o análisis de modelos de fenómenos “reales” en la cual su *participación* se manifieste al involucrarse en la situación y al desarrollar procesos matemáticos que les permitan comunicar el producto de su actividad y valorar la calidad de los procesos —mediante sus actuaciones—. Para cumplir este propósito, el profesor-moderador propone un fenómeno de estudio y, a partir de allí, *compromete* a los participantes en la búsqueda de problemas o temas de interés que pudieran ser estudiados a través de las matemáticas. Tal y como evidenció Villa-Ochoa (2016), este tipo de tareas promueve en los profesores nuevas visiones frente algunos temas matemáticos (por ejemplo, diferentes tipos de funciones estudiados a partir de la variación de dos o más magnitudes), así como la reflexión sobre los medios que se vincularon para la producción de conocimientos, el uso de modelos como

recurso en el aula y la reflexión sobre el rol de los mismos y la matemática en la sociedad.

Como parte del componente *activo* de los participantes, el profesor los compromete con el trabajo colaborativo frente a algunos temas relevantes y críticos; para ello, disponen de manera sincrónica de archivos de Google Drive. La *participación* colectiva, por medio de los aportes individuales, lleva a la construcción conjunta de significados. En este sentido, el trabajo colaborativo posibilita acciones para un empoderamiento y un sentido de pertenencia frente a la situación de tal forma que la *participación* se verá reflejada al compartir diferentes puntos de vista, reflexiones con el conocimiento matemático y posiciones frente a las respuestas y propuestas de los compañeros. De acuerdo con lo anterior, se espera que el diálogo que se genere trascienda la *participación* como visibilidad y haga énfasis en el contenido y las contribuciones; para ello, los profesores que orientan el espacio deben prestar atención a las producciones de los estudiantes y problematizar los argumentos acerca de las acciones propias, o de las realizadas por estudiantes.

Finalmente, se plantea un proceso evaluativo de la sesión, que consiste en que los estudiantes (profesores) participen de un foro en el que dan respuesta a cinco preguntas referente a las percepciones sobre el contenido matemático y a las actitudes surgidas de las actividades de la sesión sincrónica y asincrónica.

Las preguntas pueden ser: ¿qué aprendieron referente a las matemáticas? ¿Qué aprendieron acerca del uso de modelos y de la modelación matemática en el aula? ¿Podría ser útil una actividad como la diseñada en el aula? ¿Qué usos de la tecnología se observaron en la situación? Y ¿Qué emociones, sentimientos o angustias, entre otros, pasaron como estudiantes cuando trabajaron en la situación? Se espera que tales preguntas lleven al profesor (estudiante de este espacio) al reconocimiento del ambiente de aprendizaje y de sus potencialidades para el desarrollo de actividades matemáticas al usar herramientas TIC y, al mismo tiempo, las posibilidades que estas herramientas ofrecen para discutir y compartir con los demás participantes con relación a la modelación matemática. En la tabla 1 se presenta un resumen de las actividades propuestas para las intervenciones asincrónica y sincrónica y se enuncia el propósito de la *participación* en cada una de ellas.

Tabla 1. Resumen de actividades sincrónicas y asincrónicas

Intervención asincrónica		
<i>La participación</i> en esta actividad se genera a partir de la oportunidad de familiarización con las herramientas, los contenidos y los demás participantes.		
Actividad	Herramienta	La <i>participación</i> en las actividades se propone como:
Análisis de episodios de modelación	Plataforma Moodle YouTube	<ul style="list-style-type: none"> • Desencadenar y explorar ideas.
Construcción de <i>wikis</i>	Plataforma Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Motivación para realizar intervenciones.

Solución de una tarea de modelación	<ul style="list-style-type: none"> • Plataforma Moodle • Documentos en Google Drive • Otros (emergieron de la necesidad de comunicación de los estudiantes) 	<ul style="list-style-type: none"> • Intercambio de información. • Revisar las contribuciones de los otros. • Tomar decisiones de acuerdo a lo que se dialoga. • Trabajo en equipo.
Intervención sincrónica		
<i>La participación</i> en esta actividad se genera a partir de espacios que posibilitan a los profesores la reflexión, el diálogo, y la toma de decisiones acerca de la modelación matemática.		
Actividad	Herramienta	La participación en las actividades se propone como:
Elementos teóricos que sustentan la modelación matemática	Producciones de la intervención asincrónica. Herramientas de WizIQ: chat, compartir palabra y lápiz.	<ul style="list-style-type: none"> • Desencadenar y explorar ideas. • Motivación para realizar intervenciones. • Construir significados a través de la comunicación. • Intercambio de información. • Revisar las contribuciones de los otros. • Tomar decisiones de acuerdo a lo que se dialoga. • Trabajo en equipo. • Relacionarse con la experiencia.
Uso de los contextos en la modelación matemática	Herramientas de WizIQ: chat y lápiz.	
Modelación matemática y su convergencia sobre las líneas de trabajo	<ul style="list-style-type: none"> • Herramientas de WizIQ: chat y lápiz • Documentos de Drive • Chat de Drive • Foro en Moodle 	

4. Un ejemplo de tarea de modelación matemática en ambiente de aprendizaje *online*

A continuación, se presenta un ejemplo de tarea de modelación y su propuesta de implementación en un ambiente *online* en el que se utilizan las plataformas Moodle, Google Drive y WizIQ. Su objetivo es lograr que los estudiantes se vinculen con una experiencia en la que su *participación* se torna un factor importante, pues se reconoce en la manera en que se involucran en la situación para llevar a cabo procesos matemáticos y para comunicar el proceso derivado de su actividad matemática. Con lo anterior, en esta propuesta se posibilitan la visibilidad, la interactividad, las interacciones y las contribuciones cuando los profesores

reflexionan y aportan en torno a la construcción de un empaque y su costo de producción³. A continuación se describe la tarea propuesta en tres momentos.

¿Cuánto vale un empaque?

Momento de exploración: consiste en indagar por los aspectos que los estudiantes consideran que influyen en el precio de un producto y el significado del término “punto de equilibrio”. Posteriormente, se discute acerca de los factores que a juicio de ellos deben ser relevantes a la hora de producir un producto. Finalmente, se propone que (en Google Drive) formulen por equipos un posible plan para estudiar diferentes aspectos que determinan el costo. Las propuestas se presentarán al resto del grupo y se generará una discusión acerca de los aspectos más relevantes que intervienen en el fenómeno.

Momento de análisis y ejecución del plan: como síntesis del primer momento, se presenta a los estudiantes el siguiente texto:

Los costos de un producto están asociados con el precio que representa la fabricación del mismo. Al determinar el costo de producción, se puede establecer el precio de venta al público. El costo de producción considera la materia prima, el precio de mano de obra directa, la rentabilidad, entre otros.

Se valorarán las diferentes producciones de los estudiantes en el primer momento y se analizará la viabilidad de los planes presentados para el estudio de los aspectos que ellos consideraron importantes.

Momento de desarrollo de un ejemplo: se propone realizar el estudio de diseño y costo de un empaque como el que se muestra en la , el cual debe ser elaborado en cartón industrial (el tamaño de un pliego de este material es de 100 x 70 cm). De acuerdo con esta información, se propone a los estudiantes que formulen todos aquellos aspectos que deberían tener en cuenta para determinar una cantidad óptima de plantillas en el pliego. Se sugiere estar atentos a los diferentes cuestionamientos de los estudiantes y problematizar cada uno de ellos en términos de su relevancia para la situación, los usuarios o los productores de esos objetos. Otras preguntas para promover la discusión son:

- ¿Cuántos empaques pueden realizarse por pliego? Describa las ideas discutidas con sus compañeros de equipo y el procedimiento llevado a cabo para dar respuesta a esta pregunta.
- ¿Cuál es la superficie usada y el porcentaje de desperdicio en la fabricación de este empaque? ¿Cómo el grupo de trabajo estimó el porcentaje de desperdicio?
- ¿Se podría definir que se hace un uso eficiente del material? ¿Por qué?
- Si el empaque se vendiera, ¿cuál sería el precio que podría asumir? Argumenten por qué definieron dicho valor.

Para el cierre del estudio de la situación: ¿cuáles aspectos complejizaron el proceso que se llevó a cabo?

³ Tomada con algunas modificaciones de Rendón-Mesa (2016).

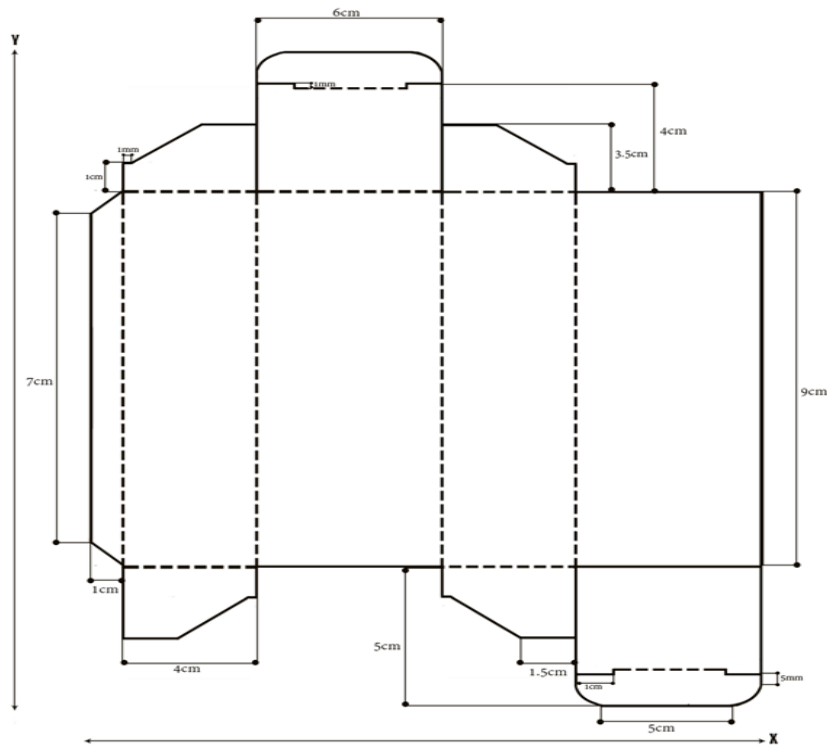


Imagen tomada de:
http://4.bp.blogspot.com/-5SUi-cq4_xY/UbVcl6o7x1I/AAAAAAAAABKQ/GXU0Irkl-kM/s1600/plano+caja.png

En el primer momento de la tarea se propone la confrontación de los desarrollos en cada equipo; es decir, se pide a los equipos que una vez conocida la propuesta de los demás, preparen argumentos que confirmen, complementen o discutan las contribuciones de sus compañeros. Con ello se busca que se generen interacciones en las que el colectivo pueda tener un empoderamiento de la situación. Lo anterior se propone al generar debates y reflexiones acerca de interrogantes como ¿cuál es el propósito que el profesor pudo haber tenido para diseñar esta tarea y llevarla al aula de matemáticas?; ¿cómo podría hacerse una gestión de clase para esta situación?; ¿por qué la situación es o no de modelación matemática?; ¿qué aspectos ajustaría de la situación?; y ¿qué potencialidades y limitaciones tendría la implementación de esta tarea en el aula?

En el segundo momento de la tarea se realiza un diálogo grupal a través de recursos de diversas plataformas (por ejemplo, videollamadas). Se busca que los equipos de trabajo compartan con los participantes del curso la forma en que abordaron la tarea, realicen aportes y propongan discusiones alrededor de las posturas y hallazgos con respecto al objetivo de trabajo.

Finalmente, en el tercer momento de la tarea, y de forma individual, los estudiantes producen un audio donde dan cuenta de las percepciones y sentires al realizar la situación de modelación matemática.

En los diferentes momentos del desarrollo de la tarea se sugiere que los estudiantes realicen un primer acercamiento de manera individual; y luego logren consolidar desarrollos colectivos. Ese acercamiento individual y colectivo da sentido a la interactividad y la interacción en tanto instauran modos de comunicación, discusión y negociación a fin de tomar decisiones con argumentos para abordar la situación. En todo momento, el profesor deberá estar atento a las presentaciones de los estudiantes para identificar sus contribuciones y someterlas a discusión continuamente. Con ello se busca profundizar y articular esas contribuciones con un *uso funcional* de las matemáticas en la situación que se está estudiando.

Al enfrentarse a este tipo de tareas se espera que los estudiantes (profesores en ejercicio) reflexionen acerca de su *participación* en términos del compromiso con la realización de las tareas, la acción comunicativa con las demás personas y la selectiva, la primera de ellas dada entre los miembros del equipo y del grupo general (estudiantes y profesores). Otro aspecto que se espera promover es la *participación* en torno a la interacción y las contribuciones de los estudiantes a partir de las discusiones realizadas por videollamadas, así como en los diversos foros: en tales espacios, y a partir del acompañamiento de los docentes formadores, podrán discutir y compartir las ideas construidas.

Finalmente, se espera que la visibilidad de la *participación* de los estudiantes se evidencie a partir del momento en que ingresan a realizar la lectura de lo que sus compañeros proponen. Sin embargo, como se mencionó en apartados anteriores, esta visibilidad debe mostrarse en términos de la calidad y el contenido de la *participación*, que pierde su objetivo cuando los participantes del ambiente desarrollan los diferentes momentos de la situación para cumplir con los requerimientos del curso, en lugar de hacerlo por convicción y empoderamiento de la temática.

17

5. Consideraciones finales

En la primera parte de este artículo se evidenció un creciente interés por el reconocimiento de nuevos escenarios en la formación para profesores en ambientes *online*; de allí la necesidad de que la *participación* en estos ambientes trascienda la visibilidad asociada con la cantidad de veces que un participante se vincula con la actividad propuesta, hacia la calidad en términos de las interacciones y las contribuciones. Se describieron algunas dificultades reconocidas en la formación de profesores en relación con la modelación matemática y cómo el diseño de un ambiente de aprendizaje *online* debe propiciar espacios diferentes de formación, en donde los actores puedan involucrarse de forma significativa en las acciones propuestas.

Adicional a las consideraciones propuestas, y en correspondencia con la formación de profesores y con la modelación matemática, se propuso un diseño de

un espacio de formación en el cual se promueva una *participación* de los actores evidenciada en la visibilidad, la interactividad, las contribuciones y las interacciones. Para ello, es necesario considerar estrategias que promuevan discusiones, negociaciones y trabajos colectivos, y provocar reflexiones acerca de cómo estas posibilitan disquisiciones sobre la producción de conocimiento matemático en este tipo de ambientes.

Conforme se describe en este artículo, un ambiente de aprendizaje *online* debe ofrecer dinámicas que se apoyen el uso de recursos virtuales para potenciar formas de *participación* entre los diferentes sujetos, y de ellos con los conocimientos matemáticos y no matemáticos.

Las actividades sugeridas en este artículo deberían permitir que tanto los profesores como los estudiantes reflexionen sobre el qué y cómo de lo aprendido, el uso de las herramientas tecnológicas y las transformaciones para el aula.

El diseño del ambiente de aprendizaje *online* propuesto permite develar razones para asumir diversas maneras de *participación*, las cuales derivan en implicaciones para el proceso formativo relacionadas con la promoción de espacios virtuales donde se discutan, reflexionen y transformen las posturas acerca de la modelación matemática.

6. Agradecimientos

Al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación – Colciencias y al Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior – Capes (Brasil) por la financiación del proyecto “La formación posgraduada de profesores de Matemáticas en un ambiente online” (contrato 282-2014).

Referencias

- Bechmann, A., & Lomborg, S. (2013). Mapping actor roles in social media: Different perspectives on value creation in theories of user participation. *New Media & Society*, 15(5), 765-781.
- Bispo, J. (2010). A participação de jovens e adultos em um ambiente de modelagem matemática. Dissertação de mestrado (não publicada), Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana. Salvador, Brasil
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (Vol. 10). Nueva York: Springer.
- Borba, M. & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. Nueva York: Springer.

- Borba, M. & Llinares, S. (2012). Online mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. *ZDM-The Mathematics Education*, 44(6), 697-704.
- Borba, M., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S. & Sánchez-Aguilar, M. (2016). Blended learning, E-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM-The Mathematics Education*. 48(5), 589-610. DOI:10.1007/s11858-016-0798-4
- Bryant, S., Forte, A. & Bruckman, A. (2005). Becoming Wikipedian: transformation of participation in a collaborative online encyclopedia. En Acta internacional de 2005 ACM SIG GROUP. Conferencia sobre apoyo al trabajo en equipo (pp. 1-10). ACM.
- Cook, E., Teasley, S. & Ackerman, M. (2009). Contribution, commercialization & audience: understanding participation in an online creative community. En Acta internacional de 2009 Conferencia sobre apoyo al trabajo en equipo (pp. 41-50). ACM.
- Crosthwaite, P., Bailey, D., & Meeker, A. (2015). Assessing in-class participation for EFL: considerations of effectiveness and fairness for different learning styles. *Language Testing in Asia*, 5(1), 1-19.
- Doerr, H., & Lesh, R. (2011). Models and Modelling Perspectives on Teaching and Learning Mathematics in the Twenty-First Century En G. Kaiser, Werner, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 247-268). Nueva York: Springer.
- Gordillo, M. (2006). Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42, 69-84.
- Gros, B., & Silva, J. (2005). La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 36(1), 1-13.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM-The Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Koh, J. & Kim, Y. (2004). Knowledge sharing in virtual communities: An ebusiness perspective. *Expert Systems with Applications*, 26(2), 155-166.
- Koh, J., Kim, Y., Butler, B. & Bock, G. (2007). Encouraging participation in virtual communities. *Communications of the ACM*, 50(2), 69-73.
- Lingefjärd, T. (2007). Mathematical Modelling in Teacher Education — Necessity or Unnecessarily. En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 333-340). Nueva York: Springer. Doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_35
- Malinen, S. (2015). Understanding user participation in online communities: a systematic literature review of empirical studies. *Computers in Human Behavior*, 46, 228-238.
- Meyer, J., Caldeira, A. & Malheiros, A. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Niss, M. (2001). Issues and Problems of Research on the Teaching and Learning of Applications and Modelling. En João Filipe Matos, Werner Blum, Ken Houston & Susana Paula Carreira (Eds.). *Modelling and Mathematics Education. International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA 9: Applications in Science and Technology*, 72-89. Chichester: Horwood Publishing

- Parra-Zapata, M. (2015). *Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática*. (Tesis de maestría no publicada). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Parra-Zapata, M. & Villa-Ochoa, J. (2016). Interacciones y contribuciones. Forma de *participación* de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. *Actualidades Investigativas en Educación*, 16(3), 1-27.
- Payler, J., Georgeson, J. & Wong, S. (2016). Young children shaping interprofessional practice in early years settings: Towards a conceptual framework for understanding experiences and participation. *Learning, Culture and Social Interaction*, 8, 12-24.
- Rendón-Mesa, P. A. (2016). *Articulación entre la matemática y el campo de acción de la Ingeniería de Diseño de Producto. Aportes de la modelación matemática*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Rost, A. (2004). Pero, ¿de qué hablamos cuando hablamos de interactividad? Documento presentado al *Congresos ALAIC/IBERCOM*. La Plata -Argentina. 12 al 15 de octubre de 2004
- Shepherd, C., Bolliger, D., Dousay, T. & Persichitte, K. (2016). Preparing Teachers for Online Instruction with a Graduate Certificate Program. *TechTrends*, 60(1), 41-47. DOI: 10.1007/s11528-015-0015-2
- Silveira, E., y Caldeira, A. (2012). Modelagem na sala de Aula: resistências e obstáculos. *Bolema*, 26(43), 1021-1047. Doi 10.1590/S0103-636X2012000300012
- Torres Carrillo, A. (2014). Producción de conocimiento desde la investigación crítica. *Nómadas*, (40), 69-83.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46) 75-87. Recuperado de <http://redalyc.org/articulo.oa?id=179414894008>
- Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8 (16), 133-148. Doi: 10.11144/Javeriana.M8-16.MMPE
- Villa-Ochoa, J. (2016). Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como un ejemplo. En J. Arrieta & L. Díaz (Eds.), *Investigaciones Latinoamericanas en modelación Matemática Educativa* (pp. 109-138). Barcelona: Gedisa.
- Villa-Ochoa, J. & Berrío, M. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. En G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 241-250). Suiza: Springer International Publishing.
- Zöttl, L., Ufer, S. & Reiss, K. (2011). Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, y G. Stillman. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 427-437). Nueva York: Springer.