



#### Cómo citar el artículo

González Molina, J.D; Santa Ramírez, Z.M. & Londoño Cano, R.A. (2016). Guía curricular para comprender algunos conceptos geométricos en el contexto del café.

*Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 48, 56-78. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/761/1287>

## Guía curricular para comprender algunos conceptos geométricos en el contexto del café\*

A Curricular Guide to Understand Some Geometrical Concepts on the Context of the Coffee

Guide relatif au curriculum pour bien comprendre quelques concepts géométriques dans le contexte du café

---

\* Este artículo es producto del trabajo de investigación titulado "Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto del cultivo del café" que fue llevado a cabo en la Universidad de Antioquia en un programa de Maestría en Educación en la Línea de Educación Matemática. En el trabajo participaron el magister Juan David González Molina, en calidad de estudiante, y la candidata a Doctora, Zaida Margot Santa Ramírez, y el Doctor René Alejandro Londoño Cano, en calidad de asesores. La investigación fue financiada en la Universidad de Antioquia. Fecha de inicio: enero de 2012. Fecha de culminación: agosto de 2014.



**Juan David González Molina**

Licenciado en Educación Básica, área educación física, recreación y deportes

Ingeniero informático

Magíster en Educación Línea Educación Matemática

Docente tutor PTA 2.0

Docente de cátedra de la Universidad de Antioquia

jdavidgonzalezm@gmail.com

**Zaida Margot Santa Ramírez**

Licenciada en Matemáticas y Física

Magíster en Educación. Línea Educación Matemática

Doctora en Educación

Docente ocasional de tiempo completo del Tecnológico de Antioquia

Coordinadora académica Diploma Matemáticas en Contexto (U de A – SEDUCA)

zsanta@gmail.com

**René Alejandro Londoño Cano**

Licenciado en Matemáticas y Física

Especialista en enseñanza de las matemáticas

Magíster en Educación. Línea Educación Matemática

Doctor en Educación. Línea Educación Matemática

Docente de cátedra de la Universidad de Antioquia

Rector de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango

Coordinador del grupo de investigación EDUMATH (U de A – EAFIT)

renelondo@gmail.com

**Recibido:** 23 de julio de 2015

**Evaluado:** 08 de abril de 2016

**Aprobado:** 19 de abril de 2016

**Tipo de artículo:** Investigación científica y tecnológica

## Resumen

En este artículo se presenta una guía curricular para el progreso en los niveles de comprensión, una síntesis de la caracterización de la comprensión efectuada a cada uno de los participantes y la evolución de la rúbrica denominada *Descriptores de categoría por nivel*, la cual tuvo como finalidad ayudar, a tres estudiantes de la zona rural de un municipio antioqueño, en el análisis de la comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café. Para exponer dicha situación, se hace la presentación del marco teórico, los antecedentes y la metodología. Por último, se publican algunos apartes del análisis de la comprensión de los participantes y la versión final de la rúbrica, a la cual antecede un breve recuento de los momentos que se dieron para su elaboración.

## Palabras clave

Agricultura del café, Área, Enseñanza para la comprensión, Perímetro.

## Abstract

In this article a curricular guide to progress in the levels of understanding is presented, a summary of the characterization of the understanding performed for each of the participants and the evolution of the evaluation rubric called Descriptors of Category by Level, which objective was to help three students of rural zones of a municipality of Antioquia (Colombia), in the analysis of the understanding of the geometrical concepts of perimeter and area and the independence of their measures within the context of the agriculture of coffee. In order to present this situation the

theoretical framework, the subject background and the methodology are showed. Finally, some fragments of the analysis of the understanding of the participants and the final version of the rubric are published, which is preceded by a short summary of the moments occurred before making it.

## Keywords

Coffee agriculture, Area, Teaching for understanding, Perimeter.

## Résumé

Cet article présente un guide relatif au curriculum pour les progrès dans les niveaux de compréhension, une synthèse de la caractérisation de la compréhension réalisé avec chaque un des participants et l'évolution de la rubrique d'évaluation appelé « Descripteurs de catégorie par niveau » qui a eu comme objectif d'aider, à trois étudiants des zones rurales d'une commune de Antioquia (Colombie) dans l'analyse de la compréhension des concepts de périmètre et surface et l'indépendance de leur mesures sur le contexte du café. Pour exposer cette situation on présente le cadre théorique, le contexte de recherche et la méthodologie. Finalement on présente quelques passages de l'analyse de la compréhension des participants et la version finale de la rubrique, ce qui est précédé par un bref décompte des moments préalable à son élaboration.

## Mots-clés

Agriculture du café, Surface, Enseignement pour la compréhension, Périmètre.

## Introducción

La investigación “Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto del cultivo del café” estuvo orientada por el marco conceptual de la enseñanza para la comprensión<sup>1</sup> y enmarcada dentro de la metodología cualitativa. Durante su ejecución se llevó a cabo un proceso de descripción de la comprensión de los tres participantes en relación con varios conceptos geométricos, a saber: perímetro, área y la independencia de sus medidas.

---

<sup>1</sup> Enseñanza para la comprensión, de ahora en adelante se abreviará como EpC.

El interés por investigar la comprensión de los conceptos geométricos, objeto de estudio de la investigación referenciada en el presente artículo, surgió de la actividad cotidiana en el aula de clase, dado que a menudo se percibía incompreensión de conceptos y enunciados matemáticos. Es común escuchar en el desarrollo de las clases que al definir área y perímetro los estudiantes los tomen como sinónimos o asuman como cierto que, de varios polígonos, el de mayor área tiene mayor perímetro. Al respecto, Corberán (1996) afirma que:

Está constatado que una de las confusiones más frecuentes entre los estudiantes y más difícil de erradicar es la falsa relación que estos establecen entre el área y el perímetro de una superficie. Esta errónea ligazón entre el área y el perímetro les conduce en numerosas ocasiones a emitir conclusiones falsas. (p. 8)

Otros autores, como Chamorro (2008), también han advertido sobre esta problemática:

Un claro obstáculo epistemológico lo constituye la noción de perímetro en relación con la superficie. Los alumnos de Primaria creen que el área de una figura depende de la medida de sus lados, lo que es cierto sólo de manera local: para los polígonos regulares. (p. 248)

Del Olmo y otros (1993) encontraron que, cuando a los estudiantes se les cambia de manera específica el rectángulo por el paralelogramo, calculan el perímetro y suministran este dato como el área; en el mismo apartado, estos autores aseguran: "Confusión de perímetro – área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro" (p. 43).

De las dificultades encontradas y de los antecedentes que dieron cuerpo al problema, surgió la investigación.

## **Marco teórico: enseñanza para la comprensión**

A continuación se expone la definición de comprensión y las que, para los creadores del marco teórico, son las cualidades de esta. La decisión de solamente incluir estos apartados del marco teórico se basa en que son los que soportan teóricamente los elementos objeto de exposición en el presente artículo: la guía curricular, el análisis de la comprensión y la rúbrica.

¿Qué es la comprensión? La comprensión es más que responder acertadamente las preguntas que indagan por la buena memorización, a la que Perkins (1999) llama conocimiento o por las tareas de automatización o repetición de acciones. La comprensión se hace visible a través de ciertas características que se observan o se

hacen evidentes, llamadas dentro del marco de la EpC, desempeños; al respecto, el mismo autor expresa:

De ninguna manera el énfasis en los desempeños de comprensión significa quitarle importancia al conocimiento o a las habilidades básicas. Por cierto, todos estaríamos profundamente limitados sin el apoyo de la memorización y la rutina. Sin embargo, comprender exige algo más. (p.73)

En este sentido, recitar, por ejemplo, la definición de circunferencia e incluso asociarla con un procedimiento algebraico que exprese su longitud, no significa que realmente se comprenda qué es la circunferencia. Comprender implica varios aspectos, entre los cuales se incluyen la memoria y la ejercitación de procedimientos, pero, además se involucran la ejemplificación, la asociación con otros saberes de la misma disciplina y con otros campos disciplinares (Perkins, 1999).

## **Elementos de la EpC**

### **Tópicos generativos**

Este elemento del marco conceptual busca garantizar empatía en tres componentes esenciales: las intencionalidades de quien hace la planeación curricular, los elementos centrales de la disciplina y los intereses de los estudiantes. De acuerdo con Stone (1999), un tópico generativo es exitoso y útil en cuanto responda a interrogantes como: "¿Qué ideas preferidas abordan, qué intereses se satisfacen, qué pasiones se comprometen, quién toma decisiones curriculares y cómo aseguramos que todos los alumnos estén preparados de manera equivalente?" (p. 97). Para la elección o creación de tópicos generativos, los autores del marco recomiendan dotarlos de las siguientes características: centrales para el dominio, accesibles e interesantes para los estudiantes, interesantes para el docente y rico en conexiones (Stone, 1999).

60

### **Metas de comprensión**

Estas son las que muestran la especificidad de lo que se quiere lograr a través de los procesos, actividades y acciones ejecutadas durante la unidad curricular a estudiar; con las metas se dice de forma explícita qué es lo que se espera comprender (Stone, 1999). La misma autora expresa que los proponentes del marco reconocen varias características en las metas de comprensión: explícitas y públicas, dispuestas en una estructura compleja y amplia y centrales para el dominio.

## **Desempeños de comprensión**

Sobre estos, González (2014) afirma que “Más que una recopilación de saberes o la consolidación de unas respuestas preconcebidas, la comprensión se evalúa y se observa en el actuar de las personas” (p. 88), con esto, se pretende dar claridad en cuanto a que la comprensión, más que medible o cuantificable, es observable. De acuerdo con Stone (1999), esta característica en particular hace que los “desempeños sean el elemento más importante del marco” (p. 109). Por último, hay que tener presente que este componente de la EpC se focaliza en los estudiantes, dado a que es en ellos en los que se debe observar la comprensión.

## **Hilo conductor**

Este elemento se establece para dar unidad estructural entre todos los elementos del marco conceptual dentro de una planeación curricular. El hilo conductor les da a las metas de comprensión dos características en cuanto a lo que pueden abarcar: la primera es que pueden ser amplias y se establecen para los desempeños o comprensiones más importantes; la segunda característica se da para las unidades microcurriculares o clases específicas (González, 2014). El mismo autor, citando a Stone (1999), dice que los hilos conductores “pueden ser convertidos en preguntas abarcadoras o de referencia permanente, sobre las que se volverá a lo largo del desarrollo de la unidad” (p. 87).

61

## **Dimensiones de la comprensión**

Estas describen o detallan las características observables que pueden registrarse en cuanto al desarrollo o mejoramiento de la comprensión. A continuación, se describen brevemente cada una de ellas:

**Dimensión de contenido.** Es conocido que desde la niñez se construyen explicaciones acerca de la vida, de la familia y del mundo que pueden ser producto de la imaginación, de ideas transmitidas por la cultura o por una mezcla entre ambas; estas explicaciones alcanzan a tener mucha fuerza y, en variadas ocasiones, prevalecen a pesar de las discusiones y explicaciones surgidas en clase o en otros escenarios. Por ejemplo, hay estudiantes que tienen algunas ideas preconcebidas, que son difíciles de eliminar, como: la pirámide es un triángulo, el cubo es un cuadrado o los cuerpos pesados caen con mayor velocidad que los más livianos. Esta dimensión evalúa el tránsito que ha tenido el estudiante desde el conocimiento intuitivo o vulgar hacia el académico o disciplinar; además, evalúa el modo en que este conocimiento se acomoda a las distintas situaciones y si la manera en que se aplica es correcta (Boix & Gardener, 1999).

**Dimensión de métodos.** Esta describe la forma en que los estudiantes construyen el conocimiento, si contrastan, comprueban, demuestran y discuten sus conclusiones con otros estudiantes y si cuestionan lo que han percibido y dado como cierto a través del sentido común (Boix & Gardner, 1999).

**Dimensión de propósitos.** La base de esta dimensión es “la convicción de que el conocimiento es herramienta para explicar, reinterpretar y operar el mundo” (Boix & Gardner, 1999, pp. 234-235). Esta cualidad de la comprensión indaga si los estudiantes tienen presentes las finalidades y las motivaciones que guían la construcción del conocimiento, si utilizan lo que comprenden en diferentes circunstancias y reconocen los efectos de utilizarlo.

**Dimensión formas de comunicación.** En esta, el interés se centra en observar cómo el estudiante comunica a una audiencia lo que ha comprendido haciendo uso de “sistemas de símbolos (visuales, verbales, matemáticos y cinestésicos corporales, por ejemplo) para expresar lo que saben” (Boix & Gardner, 1999, p. 237). También indaga por el uso de un lenguaje riguroso, sin que ello signifique ignorar el nivel del auditorio para lograr que se entienda lo que se está presentando; al respecto, estos autores explican que “debido a su naturaleza comunicativa, esta dimensión también subraya la capacidad de los alumnos para considerar la audiencia [...] Hacer público el conocimiento (como lo exigen los desempeños de comprensión) necesariamente implica el uso del lenguaje o sistema simbólico” (Boix & Gardner, 1999, p. 237).

62

## Niveles de la comprensión

Estos describen el grado de calidad de la comprensión, dado que esta puede ser distinta en cada una de las dimensiones, es decir, puede ser más alta en una que en otra. Al respecto, Boix y Gardner (1999) afirman:

Como la profundidad de la comprensión puede variar dentro de cada dimensión, es necesario distinguir desempeños débiles de otros más avanzados. Con esta meta en mente caracterizamos los cuatro niveles prototípicos de la comprensión por dimensión: ingenua, de principiante, de aprendiz y de maestría. (p. 239)

**Nivel de ingenuidad.** Los desempeños en este nivel se caracterizan por estar cimentados en el conocimiento intuitivo, de sentido común y por transmisión cultural sin rigurosidad disciplinar. Otras características de este nivel son: el saber aprendido en la escuela (el académico o disciplinar) no se relaciona con los acontecimientos de la vida diaria; la construcción de los saberes es difuminada y, a la par, no hay una conciencia de para qué es el conocimiento; no se evidencian señales de dominio de los estudiantes sobre lo que han aprendido; no se contrasta la información escolar ni la cultural con fuentes válidas dentro de la disciplina y, por último, la expresión del conocimiento es rígida y sin creatividad (Boix & Gardner, 1999).

**Nivel de novato.** Este nivel se evidencia cuando los desempeños de un estudiante dan cuenta de que rudimentariamente establece conexiones entre ideas y conceptos disciplinarios, expone su conocimiento a modo de seguimiento de una receta, no es consciente de que el uso del conocimiento trae consecuencias y la validación del saber está dada por la figura de autoridad (Boix & Gardner, 1999).

**Nivel de aprendiz.** En este nivel, la relación de saberes es fuerte y coherentemente conectada; se tiene la convicción de que la construcción del conocimiento es una tarea compleja que está permanentemente sometida a validación y verificación; el estudiante relaciona el acontecer diario con los aprendizajes obtenidos y, con cierta ayuda, puede encontrar las oportunidades para relacionar el conocimiento cultural con el disciplinar considerando las consecuencias de usarlo y, además, la expresión de los aprendizajes es adecuada y fluida (Boix & Gardner, 1999).

**Nivel de maestría.** Los desempeños se caracterizan por responder a altas expectativas de conocimiento al interior de las dimensiones. Se evidencia una múltiple y coherente relación de los conceptos de un dominio con otras áreas del conocimiento y con las situaciones comunes de la vida. Se tiene la convicción de que el conocimiento es una construcción que requiere ser sometida a discusión, que es una tarea compleja y que se nutre de diferentes fuentes. Las formas de expresión del conocimiento son ricas y variadas, se recurre a una diversidad de herramientas para comunicarlo y son notorias la fluidez, la coherencia y la exactitud en ejemplos, analogías o expresiones (Boix & Gardner, 1999).

### **Categorías de los desempeños de la comprensión**

Estas se asumen como indicadores que señalan la calidad o profundidad de los desempeños. En una planeación curricular, elaborada según los criterios de la EpC, dichos indicadores deben ser establecidos de forma progresiva para asegurar desempeños sólidos en niveles cada vez más altos de comprensión (González, 2014). Para ello se requiere que exista una planeación articulada y creciente en la cual se consideren tareas cada vez más complejas, es decir, que exista una "progresión común de categorías de desempeño diseñadas para fomentar la comprensión" (Stone, 1999, p. 111). Las características de las categorías se agrupan en tres fases: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. Los rasgos distintivos de estas son:

**Fase de exploración.** Por lo general, estos desempeños se establecen al comienzo de una unidad y tienen el objetivo principal de acercar a los estudiantes al dominio de un tema en particular (Stone, 1999). Estos son útiles porque permiten hacer una exploración de saberes previos o "diagnóstico de lo que los estudiantes

ya saben y de las expectativas que tienen con respecto a lo que se les propone aprender" (González, Santa & Londoño, 2014, p. 67).

**Investigación guiada.** A diferencia de la fase anterior, se espera que en esta los estudiantes sean acercados e involucrados en los principios y parámetros del campo disciplinar y que mejoren su aprehensión con relación al campo estudiado. En esta, el docente debe procurar el

[...] refinamiento de los desempeños y lograr, por ejemplo, que los estudiantes se expresen de manera fluida y correcta dentro de la disciplina que estudian, que integren el cuerpo de conocimientos que han adquirido y que apliquen los conceptos y métodos disciplinarios" (González, 2014, p. 90).

Las actividades y metas de esta fase deben garantizar que los desempeños de los estudiantes se correspondan con el nivel de novato o aprendiz en relación al campo disciplinar estudiado y a las dimensiones de la comprensión (González, 2014).

**Proyecto final de síntesis.** Según González (2014), luego de citar a Stone (1999), "los desempeños en esta categoría no solo deben dar cuenta del dominio que tienen los estudiantes sobre las metas de comprensión, sino que deben ser más integradores que en las dos categorías anteriores" (p. 90). Al hablarse de que los desempeños deben caracterizarse por mayor grado de integración, se alude a aquello de que la comprensión es actuar de forma flexible y fluida a partir de los aprendizajes adquiridos (Perkins, 1999).

64

## Metodología

En el presente apartado se exponen la metodología y el tipo de estudio que permitió dar respuesta a la pregunta de investigación y, por supuesto, alcanzar los objetivos propuestos.

## Paradigma

El objetivo general de la investigación titulada "Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café", llevada a cabo por González (2014), fue "analizar el proceso de comprensión de los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Santa Rita, de los conceptos de perímetro y área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café" (p. 78). Este objetivo surge como respuesta a la pregunta de investigación que involucró la descripción detallada de un proceso, en este caso, el de comprender conceptos geométricos. Tal pregunta fue "¿cómo comprenden los estudiantes del grado 5° de la I. E. Santa Rita los conceptos de

perímetro y área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café, según el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión?" (p. 78).

La pregunta y el objetivo general planteados indicaban que el rumbo de la investigación debía ser descriptivo, argumentativo, interpretativo y analítico. También, al darse dentro de un contexto socioeconómico determinado, en el cual el investigador debía involucrarse y aprender de él para realizar el análisis de la información recolectada, le dio al proceso de investigación el carácter de "naturalista e interpretadora del contexto" (Vasilachis, 2006, en González, 2014, p. 113). Además de lo anterior, la investigación tuvo otras características: inductiva, es decir, la información recolectada no tuvo la intención de corroborar juicios de valor; holística, porque tanto el contexto como los participantes se consideraron como un todo, lo que además la hizo humanista (Taylor & Bogdan, 1987). Estas características ubican a la investigación en la realidad epistémica, la que según Sandoval (2002) se define como aquella que:

[...] requiere, para su existencia, de un sujeto cognoscente, el cual está influido por una cultura y unas relaciones sociales particulares, que hacen que la realidad epistémica dependa para su definición, comprensión y análisis, del conocimiento de las formas de percibir, pensar, sentir y actuar, propias de esos sujetos cognoscentes. (p. 28)

Dicho lo anterior y terminada la investigación, González (2014, p. 115) afirma que:

[...] el resultado y la validación de esta investigación fueron producto de lo que el investigador aprendió sobre las expresiones que utilizan los cultivadores del café y lo que comprendió de la transición que hicieron los participantes, de la práctica social y de los términos empleados en la agricultura del café hacia los conceptos objeto de estudio.

Lo previamente expuesto permite concluir o aseverar que la investigación se orientó con los principios de la metodología cualitativa.

## **Tipo de estudio**

Para realizar el análisis del proceso de comprensión de los participantes, tres niños de una zona rural del municipio de Andes, Antioquia, miembros de familias cuya principal fuente de sustento es la actividad agrícola del café, se requirió de un procedimiento, técnica o método que permitiera dar cuenta de las particularidades de cada uno de los copartícipes; en este sentido, "el foco de atención fue el estudiante, su contexto, su saber previo y la transformación de este en saber académico, hasta progresar en los niveles de comprensión de acuerdo a lo expuesto por la EpC" (González, 2014). En relación con esto, el mismo autor asegura que:

[...] el método elegido permitió la comprensión de los dinamismos propios de contextos particulares; las percepciones de cada participante nutrieron la investigación y fueron el punto central para describir de qué manera el contexto es un insumo para la comprensión de conceptos académicos. (p. 116)

Por último, atendiendo a que fue estrictamente necesario el estudio de “la particular y la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1999, p. 11) queda claro que el tipo de estudio o método de investigación apropiado y, posteriormente seleccionado, fue el estudio de casos.

## **Resultados: la guía curricular y la rúbrica “Descriptor de categoría por nivel”**

La guía curricular se elaboró de acuerdo con la estructura presentada en el marco conceptual de la EpC. Se dio inicio con la determinación de las categorías: fase de exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. Para cada una de estas se establecieron tareas que ayudaran a indagar el nivel de comprensión en las diferentes dimensiones:

- La fase de exploración constó de un cuestionario familiar, una entrevista individual y una salida grupal de campo. En estos se indagó sobre los conocimientos en materia agrícola y en los conceptos geométricos objeto de estudio de la investigación aquí referenciada.
- La fase de investigación “pretendió dar respuesta a la pregunta: ¿Cómo podría determinar un estudiante si existe o no relación entre el perímetro y el área de una figura geométrica?” (González, 2014, p. 134). Esta fase constó de dos salidas de campo y dos actividades de aula, cada una de ellas con una duración promedio de dos horas.
- El proyecto final de síntesis estuvo compuesto de dos procesos: el primero constó de exposiciones acompañadas con diapositivas para contar el proceso vivido y explicar los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas; el segundo dio cuenta de la resolución de problemas, tanto en el contexto del cultivo del café como fuera de este.

Del marco conceptual se tomaron tres aspectos importantes que fueron utilizados como instrumentos, a saber: el tópico generador, el cual se formuló como UN interrogante: “¿De qué manera el contexto de la agricultura del café contribuye a la comprensión de los conceptos de perímetro y área y a la independencia de sus medidas?” (González, 2014, p. 128). Tres categorías a priori fueron las generadoras

de las metas de comprensión: comprender el concepto de perímetro en el contexto de la agricultura del café, comprender el concepto de área en el contexto de la agricultura del café, determinar que el perímetro y el área son propiedades independientes de la forma, teniendo en cuenta el contexto del sembrado de café. Y, por último, el hilo conductor: “Los estudiantes comprenderán los conceptos de perímetro, área y la independencia de sus medidas a partir del sembrado, cercado y observación de las formas del terreno destinado a la siembra del café” (González, 2014, p. 129). Además, se elaboró una rúbrica denominada “Descriptores de categoría por nivel” que fue el instrumento que permitió efectuar el análisis de la comprensión de cada estudiante y determinar el nivel de comprensión en que se encontraban en cada una de las fases. Más adelante se presentará la rúbrica completa.

## **Análisis del proceso de comprensión de los participantes**

En este apartado se presentará de manera sucinta cómo se determinó el nivel de comprensión de los participantes a medida que se ejecutaba la guía curricular en la investigación que dio origen al presente artículo. Los pseudónimos de los tres estudiantes que participaron son Messi, Isis y Minerva. Para efectos de este artículo se llevará el siguiente orden: en la fase de exploración se mostrará el análisis de la comprensión del participante Messi en la dimensión de contenidos; para la fase de investigación guiada se mostrará el de la participante Isis en la dimensión de métodos; en la fase 3 o proyecto final de síntesis se dará el informe de la participante Minerva en la dimensión de propósitos, por último, se mostrará el nivel alcanzado por los tres en la dimensión de formas de comunicación. El orden en la presentación de los participantes se debe a que así están expuestos en la tesis que da origen a este escrito y el de la escogencia de las dimensiones obedece a que en ese mismo están expuestas en el presente artículo.

**Messi.** El joven participante, en la entrevista de la fase uno expresó que reconocía figuras geométricas en los sembrados de café, pero no dio cuenta de reconocer en estas el área y el perímetro. Al indagársele si conocía alguna definición de los términos geométricos objeto de estudio, respondió que no y presentó lo dicho por un vecino y por su papá en la encuesta familiar, en la misma entrevista aseguró que la finca o lote de límite mayor contenía mayor cantidad café sembrado (González, 2014).

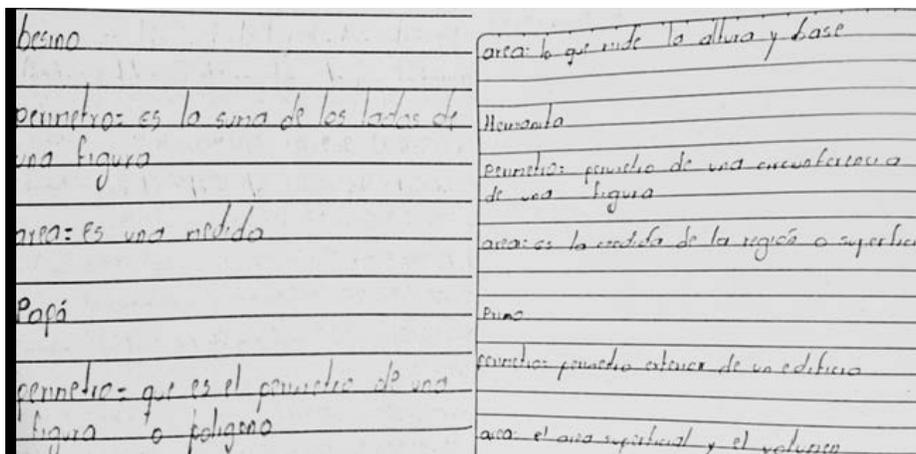


Ilustración 1. Messi encuesta familiar definición área y perímetro. (González, 2014, p. 160)

A continuación, se dan a conocer los descriptores que describen la comprensión del participante en la dimensión de contenido. Es necesario decir que para las otras tres dimensiones y los participantes se siguió un proceso similar:

**Tabla 1.** Messi, caracterización parcial. Fase de exploración. Dimensión de contenido (González, 2014, p. 163)

Categoría Nivel	Concepto de área	Concepto de perímetro	Independencia entre las medidas del área y la del perímetro
Ingenuo	<p>Manifiesta no saber qué es el área.</p> <p>No encuentra vinculación entre el área y situaciones del diario vivir.</p> <p>Da respuestas incorrectas cuando se le indaga acerca de la relación entre una superficie y su área.</p> <p>Carece de argumentos para establecer que el área es la medida de la superficie, es decir, del interior de la figura.</p> <p>Reconoce que un lote se compone de tajos.</p>	<p>Manifiesta no saber qué es el perímetro.</p> <p>No encuentra vinculación entre el perímetro y situaciones del diario vivir.</p> <p>Da respuestas incorrectas cuando se le indaga acerca del reconocimiento del perímetro en eras, imágenes o maquetas.</p> <p>Carece de argumentos para establecer que el perímetro es la medida del límite de la superficie, es decir, el contorno de la figura.</p>	<p>Toma por cierta alguna de las afirmaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A mayor perímetro, mayor área.</li> <li>- Dos o más tajos o eras de diferente forma tienen diferente área.</li> <li>- Dos o más tajos o eras de igual perímetro tienen la misma área.</li> </ul>

**Isis.** En las actividades de aula de la fase de investigación guiada, en las cuales evocó permanentemente las acciones llevadas en el campo de siembra para realizar las actividades propuestas, llegó a algunas conclusiones y hechos importantes en relación a la dimensión de métodos, algunos son: que para asegurar si dos regiones tienen igual área o no, es necesario llevar a cabo un proceso de medición o comparación; que el área se conserva a pesar del cambio de forma poligonal; demostró que varias figuras pueden ser equivalentes, aunque visualmente sean

distintas; además, aseguró que “el hecho de conservar el área no implica la conservación del perímetro” (González, 2014, p. 201).

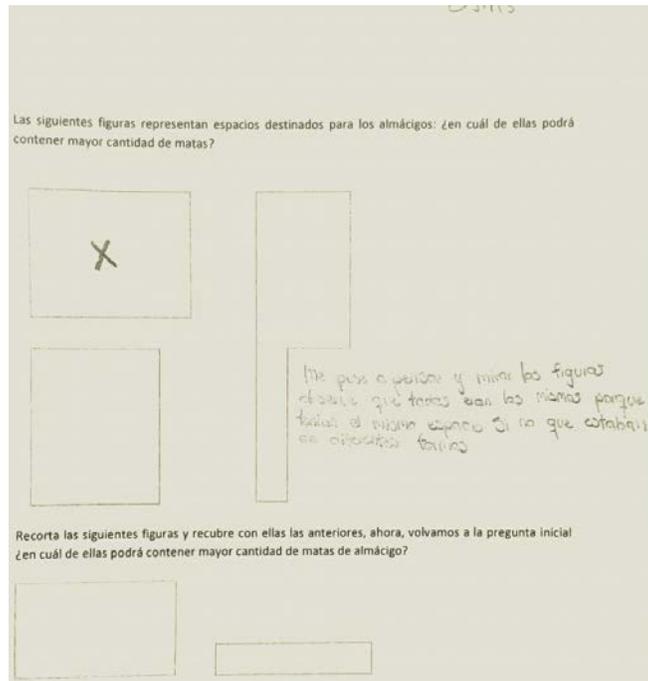


Ilustración 1. Isis, comprobación de igualdad de áreas (González, 2014, pp. 189- 200)

Hecho el análisis de comprensión de la fase de investigación guiada y contrastados los resultados de la estudiante con los descriptores de la rúbrica para la dimensión seleccionada, se dan a conocer los descriptores parciales de la comprensión de Isis:

**Tabla 2.** Isis, caracterización parcial. Fase de investigación guiada. Dimensión de métodos (González, 2014, p. 204)

<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);">Categoría</div> <div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);">Nivel</div>	Método de estimación o medición del área	Método de estimación o medición del perímetro	Método para establecer la independencia entre las medidas del área del perímetro.
<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);">Aprendiz</div>	<p>Manifiesta la necesidad de realizar cálculos aritméticos para expresar el área de eras o tajos con forma rectangular.</p> <p>A través de la superposición y transformación de gráficas y de imágenes, establece la igualdad o diferencia de áreas.</p> <p>Reconoce que el área de una figura se conserva a</p>	<p>Manifiesta la necesidad de realizar cálculos aritméticos para expresar el perímetro de eras o tajos con forma rectangular.</p> <p>A través del uso de elementos comunes establece la igualdad o diferencia de perímetros.</p> <p>Reconoce que la conservación del perímetro no se corresponde con la conservación del área.</p>	<p>Muestra que dos regiones de igual perímetro pueden tener diferente área.</p> <p>Muestra que dos regiones de igual área pueden tener diferente perímetro.</p> <p>Muestra cómo la conservación de la medida del área (por diferentes manipulaciones y transformaciones) no se corresponde con la conservación de la medida del perímetro.</p> <p>Muestra cómo la conservación de la medida del perímetro (por diferentes manipulaciones) no se corresponde con la conservación de la medida del área.</p>

	<p>pesar de que esta sufra transformaciones.</p> <p>Reconoce que el área de una figura se conserva a pesar de que esta sufra transformaciones y que esto puede implicar cambios en el perímetro.</p>		
--	--	--	--

**Minerva.** Durante la última fase, proyecto final de síntesis, luego de realizar algunos procedimientos para dar solución al problema propuesto, que consistía en determinar el costo de encerrar el patio de recreo para los estudiantes de primaria con una malla, quiso establecer el precio real del cerramiento y “con la ayuda de su padre averiguó el valor comercial de un metro de malla y con este calculó el valor total necesario para encerrar el patio” (González, 2014, p. 227). Durante la exposición ante el público “expresó la medida del área en términos claros, además combinó el uso de unidades convencionales con las estandarizadas” (González, 2014, p. 228). A continuación, se presentan los descriptores de comprensión en la rúbrica de la dimensión de propósitos.



Ilustración 2 Minerva, medición del patio de primaria.

**Tabla 3.** Minerva, caracterización parcial, dimensión de propósitos (González, 2014, p. 231)

Nivel	Categorías	
	Relación <i>área</i> : contexto	Relación <i>perímetro</i> : contexto
Descriptores del nivel de maestría	<p>Aplica lo aprendido para estimar el área de los tajos donde labora y para resolver problemas sobre cantidad de cafetos que pueden ser sembrados.</p> <p>Relaciona lo que sabe de área con otras disciplinas y resuelve situaciones como el cálculo de área de contextos no agrícolas.</p>	<p>Aplica lo aprendido para estimar el perímetro de los tajos donde labora y para resolver problemas sobre cantidad y de alambre necesario para el cercado.</p> <p>Relaciona lo que sabe de perímetro con otras disciplinas y resuelve situaciones reales, en contextos diferentes al café, en las que se necesita el cálculo del perímetro.</p>

Para terminar, luego de presentados los apartes del proceso de comprensión, se da a conocer la ubicación final de los participantes en la dimensión de formas de comunicación.

**Tabla 4.** Ubicación final de los estudiantes. Dimensión de formas de comunicación (González, 2014, p. 241)

Dimensión de formas de comunicación. Ubicación final de los estudiantes		
Categoría	Definiciones y términos del lenguaje matemático	Coherencia en el discurso
Nivel		
Ingenuo		
Novato		
Aprendiz	Messi	Messi
Maestría	Isis Minerva	Isis Minerva

## Rúbrica de descriptores de categoría por nivel

Esta se dio a través de un proceso de elaboración y reelaboración a lo largo de la investigación. En un primer momento, los descriptores se establecieron de manera muy amplia tratando de dar una explicación causa-efecto y, además, se utilizaron conjunciones y disyunciones en su redacción. Por ejemplo, uno de los descriptores de la dimensión de contenido en nivel ingenuo para la categoría a priori de concepto de área, se redactó de la siguiente forma: "manifiesta no saber qué es el área. Por lo tanto, no encuentra vinculación entre el área y situaciones del diario vivir". Más adelante, debido a las conversaciones con los asesores, se hizo una lectura y estudio más detenido del marco teórico, en especial de los desempeños y esto dio como resultado una depuración de los descriptores. En esta nueva versión, se eliminaron los condicionantes y la redacción causa efecto, pero, se dieron explicaciones amplias, desencadenando de nuevo el uso de disyunciones y conjunciones. El descriptor mostrado anteriormente, quedó de la siguiente manera: "da respuestas incorrectas cuando se le indaga acerca de la relación entre una superficie y su área". El trabajo de campo, la relectura de los principios del marco conceptual, en especial las tablas de relación entre dimensiones y niveles, el estudio de otras tesis elaboradas bajo la EpC como las de Rendón (2009) y Acevedo (2011), el constante acompañamiento de los asesores y la corrección de uno de los evaluadores, dieron como resultado la versión definitiva de la rúbrica "Descriptores de categoría por nivel". Para esta, cada aspecto considerado importante se tomó como un desempeño, por ello se dio sin relaciones causa efecto y sin explicaciones acerca de lo que se consideraba productor o producto del desempeño. Un aspecto que no debe

dejar de mencionarse, por lo importante que fue para la rúbrica en su papel de posibilitar la descripción de la comprensión, es el de la relación de los verbos con los propósitos de las dimensiones.

A continuación, se presenta la versión definitiva.

**Tabla 5.** Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de contenido (González, 2014, p. 150).

Categoría Nivel	Concepto de área	Concepto de perímetro	Independencia entre las medidas del área y la del perímetro
Ingenuo	<p>Manifiesta no saber qué es el área.</p> <p>No encuentra vinculación entre el área y situaciones del diario vivir.</p> <p>Da respuestas incorrectas cuando se le indaga acerca de la relación entre una superficie y su área.</p> <p>Carece de argumentos para establecer que el área es la medida de la superficie, es decir, del interior de la figura.</p> <p>Reconoce que un lote se compone de tajos.</p>	<p>Manifiesta no saber qué es el perímetro.</p> <p>No encuentra vinculación entre el perímetro y situaciones del diario vivir.</p> <p>Da respuestas incorrectas cuando se le indaga acerca del reconocimiento del perímetro en imágenes o maquetas.</p> <p>Carece de argumentos para establecer que el perímetro es la medida del límite de la superficie, es decir, el contorno de la figura.</p>	<p>Toma por cierta alguna de las afirmaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A mayor perímetro, mayor área.</li> <li>- Dos o más tajos de diferente forma tienen diferente área.</li> <li>- Dos o más tajos de igual perímetro tienen la misma área.</li> </ul>
Novato	<p>Repite y toma como ciertas las definiciones de área que le suministran quienes representan la autoridad.</p> <p>En las formas geométricas de los cultivos de café y otras especies, identifica el área y el perímetro.</p>	<p>Repite y toma como ciertas las definiciones de perímetro que le suministran quienes representan autoridad.</p> <p>Establece relaciones entre los tajos y las figuras geométricas.</p> <p>Reconoce el perímetro en eras, maquetas a escala o imágenes.</p>	<p>Repite y toma como cierta la dependencia entre las medidas del área y del perímetro.</p>
Aprendiz	<p>En maquetas a escala o imágenes, muestra que reconoce la región que representa el área.</p> <p>Relaciona el área de las regiones con la cantidad de almácigos.</p> <p>Manifiesta la necesidad de medir el área de una era.</p> <p>Relaciona las formas de los tajos con otras superficies y en otros contextos.</p>	<p>Manifiesta la necesidad de medir el perímetro en unidades de longitud.</p> <p>Relaciona el perímetro con la longitud del cercado, las barreras agrícolas u otros delimitadores del terreno.</p> <p>Relaciona las formas de los tajos con otras superficies y en otros contextos.</p>	<p>Manifiesta la posibilidad de independencia entre las medidas del área y el perímetro.</p> <p>Esclarece en qué casos se estima el área y en qué casos el perímetro.</p>

Maestría	Explica situaciones que involucren el concepto de área en el contexto del cultivo del café.	Explica situaciones que involucren el concepto de perímetro en el contexto del cultivo del café.	Reconoce que superficies de diferente forma y diferente área pueden tener igual perímetro.  Reconoce que superficies de diferente forma y perímetro pueden tener la misma área.
	Explica situaciones que involucren el concepto de área en contextos diferentes al del cultivo del café.	Explica situaciones que involucren el concepto de perímetro en contextos diferentes al del cultivo del café.	
	Expresa el área calculada en unidades bidimensionales.	Expresa el perímetro en unidades de medida estandarizadas internacionalmente.	
	Comprende la razón por la cual el área se expresa en unidades bidimensionales.		

**Tabla 6.** Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de métodos (González, 2014, p. 151)

Categoría	Método de estimación o medición del área	Método de estimación o medición del perímetro	Método para establecer la independencia entre las medidas del área del perímetro
Ingeniero	<p>Carece de argumentos para establecer que dos o más tajos de diferente forma pueden tener igual área.</p> <p>No utiliza algún procedimiento para estimar o medir el área.</p> <p>No utiliza algún procedimiento para relacionar el área y la forma.</p>	<p>Carece de argumentos para establecer que dos o más tajos de diferente forma pueden tener igual perímetro.</p> <p>No utiliza algún procedimiento para estimar o medir el perímetro.</p> <p>No utiliza algún procedimiento para relacionar el perímetro con la longitud.</p>	<p>No utiliza algún método que permita verificar alguna de las siguientes afirmaciones que toma por ciertas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A mayor perímetro, mayor área.</li> <li>- Dos o más tajos de diferente perímetro tienen diferente área.</li> <li>- Dos o más tajos de igual perímetro tienen la misma área.</li> </ul>
Novato	<p>Establece la medida del área a través del conteo de unidades concretas como bolsas de almácigo o recortes de imágenes de tajos.</p> <p>Utiliza métodos que solamente le permiten demostrar que dos o más tajos de igual área tienen igual forma.</p> <p>Utiliza métodos que solamente le permiten</p>	<p>Establece la medida del perímetro a través del conteo de unidades longitudinales.</p> <p>Utiliza métodos que solamente le permiten demostrar que dos o más tajos de igual perímetro tienen igual forma.</p> <p>Utiliza métodos que solamente le permiten demostrar que dos o más tajos de diferente perímetro tienen diferente forma.</p>	<p>Utiliza métodos que solamente le permiten demostrar que dos o más tajos o eras de igual área tienen igual perímetro.</p> <p>Utiliza métodos que solamente le permiten demostrar que dos o más tajos o eras de diferente área tienen diferente perímetro.</p>

	demostrar que dos o más tajos de diferente área tienen diferente forma.		
Apren diz	<p>Manifiesta la necesidad de realizar cálculos aritméticos para expresar el área de eras o tajos con forma rectangular.</p> <p>A través de la superposición y transformación de gráficas y de imágenes, establece la igualdad o diferencia de áreas.</p> <p>Reconoce que el área de una figura se conserva a pesar de que esta sufra transformaciones.</p> <p>Reconoce que el área de una figura se conserva a pesar de que esta sufra transformaciones y que esto puede implicar cambios en el perímetro.</p>	<p>Manifiesta la necesidad de realizar cálculos aritméticos para expresar el perímetro de eras o tajos con forma rectangular.</p> <p>A través del uso de elementos comunes establece la igualdad o diferencia de perímetros.</p> <p>Reconoce que la conservación del perímetro no se corresponde con la conservación del área.</p>	<p>Muestra que dos regiones de igual perímetro pueden tener diferente área.</p> <p>Muestra que dos regiones de igual área pueden tener diferente perímetro.</p> <p>Muestra cómo la conservación de la medida del área (por diferentes manipulaciones y transformaciones) no se corresponde con la conservación de la medida del perímetro.</p> <p>Muestra cómo la conservación de la medida del perímetro (por diferentes manipulaciones) no se corresponde con la conservación de la medida del área.</p>
Maest ría	<p>Realiza el cálculo aritmético para determinar el área de las eras o tajos de formas rectangulares.</p> <p>Resuelve situaciones que involucren la medida del área en el contexto del cultivo del café y la cantidad de plantas que pueden ser sembradas en él.</p> <p>Resuelve situaciones que involucren la medida del área en contextos diferentes al del cultivo del café.</p> <p>Calcula el área de formas regulares y no regulares.</p>	<p>Realiza el cálculo aritmético para determinar el perímetro de los tajos de formas rectangulares.</p> <p>Resuelve situaciones que involucren la medida del perímetro en el contexto del cultivo del café.</p> <p>Resuelve situaciones que involucren la medida del perímetro en contextos diferentes al del cultivo del café.</p> <p>Calcula el perímetro de formas regulares y no regulares.</p>	<p>A través de la transformación de figuras, muestra la independencia de las medidas del área y el perímetro.</p>

**Tabla 7.** Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de propósitos

(González, 2014, p. 153).

Categoría	Relación: <i>área: contexto</i>	Relación: <i>perímetro: contexto</i>
-----------	---------------------------------	--------------------------------------

Nivel		
Ingenuo	<p>No establece relaciones entre los términos agrícolas (lote, tajo) con el término geométrico de área.</p> <p>No encuentra utilidad académica a los términos utilizados en las prácticas agrícolas.</p> <p>No relaciona la medida de la superficie del tajo con el concepto de área.</p>	<p>No establece relaciones entre los términos agrícolas (barrera, cercado y camino) con el término geométrico de perímetro.</p> <p>No encuentra utilidad académica a los términos utilizados en las prácticas agrícolas.</p> <p>No relaciona la longitud de las barreras u otros límites con el perímetro.</p>
Novato	<p>Percibe algunas relaciones entre sus prácticas agrícolas cotidianas y los términos propios de ello, con las prácticas y términos escolares, en especial los relacionados con el concepto geométrico de área.</p> <p>Manifiesta la necesidad de relacionar la medida de la superficie del tajo con el concepto de área.</p>	<p>Percibe algunas relaciones entre sus prácticas agrícolas cotidianas y los términos propios de ello, con las prácticas y términos escolares, en especial los relacionados con el concepto geométrico de perímetro.</p> <p>Manifiesta la necesidad de relacionar la longitud de las barreras u otros límites con el perímetro.</p>
Aprendiz	<p>Relaciona la medida de la superficie del tajo con el concepto de área.</p> <p>Encuentra relaciones entre sus prácticas agrícolas cotidianas y los términos propios de ello con las prácticas y términos escolares, en especial los relacionados con el concepto geométrico de área.</p>	<p>Relaciona la longitud de las barreras u otros límites con el concepto de perímetro.</p> <p>Encuentra relaciones entre sus prácticas agrícolas cotidianas y los términos propios de ello con las prácticas y términos escolares, en especial los relacionados con el concepto geométrico de perímetro.</p>
Maestría	<p>Aplica lo aprendido para estimar el área de los tajos donde labora y para resolver problemas sobre cantidad de cafetos que pueden ser sembrados.</p> <p>Relaciona lo que sabe de área con otras disciplinas y resuelve situaciones como el cálculo de área de contextos no agrícolas.</p>	<p>Aplica lo aprendido para estimar el perímetro de los tajos donde labora y para resolver problemas sobre cantidad de alambre necesario para el cercado.</p> <p>Relaciona lo que sabe de perímetro con otras disciplinas y resuelve situaciones reales, en contextos diferentes al café, en las que se necesita el cálculo del perímetro.</p>

**Tabla 8.** Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de formas de comunicación (González, 2014, p. 154).

Categoría	Definiciones y términos del lenguaje matemático	Coherencia en el discurso
Ingenuo	No da cuenta de reconocimiento de los términos área y perímetro.	No utiliza las palabras área y perímetro para explicar la relación entre lotes y tajos.

Novato	Las palabras área y perímetro tienen algún significado para el estudiante, lo relaciona con las barreras y los tajos o las eras, pero, no da cuenta del significado correcto.	Expresa inseguridad al relacionar los términos propios de la agricultura (lote, tajo, barrera y cercado) con los términos y conceptos geométricos (área y perímetro).  No argumenta con claridad los procedimientos llevados a cabo para la realización de las tareas de medición o comprobación de supuestos.
Aprendiz	Expresa de modo informal el significado de los términos área y perímetro de acuerdo al contexto de la agricultura del café.	Expresa la relación entre los términos, los combina con flexibilidad y coherencia para explicar cada uno de los conceptos.  Explica la forma de los cultivos en relación con las figuras planas que conoce.  Establece un discurso coherente alternando entre las figuras geométricas y los cultivos que conoce.
Maestría	Explica, en el cultivo del café y otros contextos, dónde está representada el área y dónde está representado el perímetro.  En exposiciones al público y en las sesiones de trabajo en grupo, presenta una explicación formal sobre el significado de los términos área y perímetro.  En exposiciones al público y en las sesiones de trabajo en grupo, expresa el perímetro en unidades longitudinales estandarizadas internacionalmente.  En exposiciones al público y en las sesiones de trabajo en grupo, expresa el área en unidades bidimensionales estandarizadas internacionalmente.	Explica, con diferentes ejemplos y argumentos, los conceptos de área y de perímetro.  Da cuenta de las unidades utilizadas para presentar la medida del área y del perímetro.  Explica la independencia entre las medidas del área y del perímetro, utilizando correctamente los términos y dando ejemplos de ello.

## Conclusiones

La aplicación de la guía curricular, elaborada a la luz de las orientaciones de la EpC en cuanto a los elementos, el trabajo de campo y las sesiones de aula llevadas a cabo siguiendo cada una de las fases, la utilización de la rúbrica aquí expuesta para contrastar los desempeños de los estudiantes con los descriptores de categoría por nivel y la fidelidad a las características de la metodología de investigación, permitieron describir el proceso de comprensión de los participantes y la manera en que un estudiante logra avanzar de un nivel a otro de la comprensión, en cada dimensión. Esto permitió que los objetivos planteados, el general y los dos específicos, fueran alcanzados.

La rúbrica fue útil durante la realización de los trabajos de campo porque permitió identificar el nivel de comprensión en que se ubicaba cada participante y,

de este modo, tanto el investigador como el estudiante tenían conocimiento del progreso secuenciado.

Al finalizar la investigación, la rúbrica de “Descriptorios de categoría por nivel” permitió determinar el nivel de comprensión, en cada dimensión, que alcanzó cada uno de los participantes.

El contexto agrícola y la guía curricular permitieron dotar de significado y sentido a los conceptos de área y perímetro. Esto se hizo con la intención de “reducir o evitar lo que Corberán (1996) y Chamorro (2008) llaman dificultades en la comprensión dadas por el tratamiento abstracto, aritmético y repetitivo con que comúnmente se lleva a cabo en las escuelas” (González, 2014, p. 242). Dados los resultados finales, en cuanto al progreso hacia niveles altos de la comprensión, este se logró.

Las actividades presentadas en la guía curricular permitieron que, además de abordar los conceptos de perímetro y área, los estudiantes comprendieran que las medidas de ambos son independientes, es decir, que existen figuras isoperimétricas de diferente área y otras figuras equivalentes en área y de perímetro diferente. Con ello se atacó lo que Corberán (1996), Chamorro (2008) y Del Olmo et al. (1993) consideran un obstáculo para la comprensión de las medidas de ambos: la creencia intuitiva de que la medida del área depende de la medida del perímetro.

## Referencias

- Acevedo, D. (2011). *Comprensión del Concepto de Probabilidad en Estudiantes de Décimo Grado*. Medellín.
- Boix Mansilla, V. & Gardner, H. (1999). ¿Cuáles con las cualidades de la comprensión? En M. Stone Wiske, *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.
- Chamorro, M. d. (2008). Las magnitudes multilineales: la superficie y el volumen. En M. d. Chamorro, *Didáctica de las matemáticas para primaria* (pp. 246 - 272). Madrid: Peaerson Prentice Hall.
- Corberán, R. (1996). *El área: recursos didácticos para su enseñanza en primaria*. México D.F.: CINVESTAV.
- del Olmo, M.; Moreno, M. & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: SINTESIS.
- González Molina, D. (2014). *Comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto del cultivo del café*. Medellín, Antioquia, Colombia.
- González Molina, D.; Santa Ramírez, Z. & Londoño Cano, R. (2014). *Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café*. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 61 - 80.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Santa Fé de Bogotá D. C.: Imprenta Nacional.
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En M. Stone Wiske, *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. (pp. 69-95). Buenos Aires: Paidós.
- Rendón Mesa, P. A. (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la enseñanza para la comprensión*. Medellín.

- Sandoval Salinas, C. A. (2002). *Investigación cualitativa*. Bogotá: ARFO Editores e Impresos Ltda.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Stone Wiske, M. (1999). ¿Qué es la Comprensión? En M. Stone Wiske, *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 95 - 126). Buenos Aires: Paidós.
- Taylor, S. & Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.
- Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa.