

¿Cómo citar este artículo?

Plaza Gálvez, L. F. y Villa-Ochoa, J. A. (septiembre-diciembre, 2019). Obstáculos matemáticos detectados en la formación de ingenieros. Una revisión de literatura. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (58), 223-241. doi: <https://doi.org/10.35575/rvucn.n58a13>

| Obstáculos detectados en la formación matemática de ingenieros. Una revisión de literatura

Obstacles detected in the mathematical training of engineers. A literature review

Luis Fernando Plaza Gálvez

Magíster en Enseñanza de la Matemática
Unidad Central del Valle del Cauca
Colombia
lplaza@uceva.edu.co
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8979-0410>

Jhony Alexander Villa-Ochoa

Doctor en Educación
Universidad de Antioquia
Colombia
jhonyvilla@udea.edu.co
Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2950-1362>

Recibido: 28 de septiembre de 2018

Evaluado: 06 de abril de 2019

Aprobado: 11 de julio de 2019

Tipo de artículo: Revisión

| Resumen

Este trabajo tuvo como finalidad conocer, identificar y sintetizar algunos estudios realizados sobre los obstáculos y dificultades que pueden presentarse en la enseñanza o en el aprendizaje de las matemáticas para la formación de ingenieros. El estudio fue de carácter descriptivo y se analizaron 63 trabajos académicos que se publicaron entre 1981 y 2017. Los resultados de esta revisión dan cuenta de un especial interés en el estudio de obstáculos de carácter epistemológico, cognitivo y didáctico. También, se observa un interés en identificar si la fuente de los obstáculos está en el estudiante, el profesor, en una institución o en la cultura. De manera particular, este estudio da cuenta de algunos obstáculos y dificultades en la modelación matemática; entre ellos, se destacan aspectos relacionados con la articulación de la matemática con otras disciplinas, la matematización y el uso del lenguaje matemático en la resolución de problemas propios del campo. Algunas implicaciones para las instituciones y los profesores se desprenden de la revisión.

Palabras clave: Dificultad, Error, Ingeniería, Matemáticas, Obstáculo.

| Abstract

The purpose of this paper was to know, identify and synthesize some studies carried out on the obstacles and difficulties that can arise in the teaching or in the learning of mathematics for the training of engineers. The study was descriptive. 63 documents published between 1981 and 2017 were analyzed. The results of this review show a focus in the research of the epistemological, cognitive and didactic obstacles. The results inform also an interest in identifying the source of the obstacles, for example, students, teachers, institutions or in the culture. In particular, this study shows some obstacles and difficulties in mathematical modeling; some them are based on aspects related to the articulation of mathematics with other disciplines, mathematization and the use of mathematical language in engineering problem-solving. Some implications for institutions and teachers emerge from the review.

Key words: Difficulty, Error, Engineering, Mathematics, Obstacle

| Introducción

La preocupación por las necesidades y problemáticas de la enseñanza de las matemáticas y de la cotidianidad del aula, ha llevado a que, a través de la investigación en educación matemática, se desarrollen estrategias, teorías y aproximaciones epistemológicas y didácticas que contribuyan a atender estas realidades. Parte de los constructos teóricos se han enfocado en comprender la naturaleza y el surgimiento de los obstáculos involucrados en el conocimiento matemático y el conocimiento matemático escolar. En esa línea, se hallan los trabajos de Bachelard (e.g. Bachelard, 1981). Brousseau (1983) reconoce a Bachelard como la primera persona que menciona los obstáculos en las ciencias exactas y naturales. Con base en los trabajos de Brousseau, Barrantes (2006) apunta que se deben proponer situaciones en el aula que induzcan un problema, con el propósito de franquear obstáculos; de este modo, se espera que el estudiante pueda trabajar un problema y enfrente los obstáculos que se le presentan. Para Barrantes es indebido eliminar algunos obstáculos pues puede ser una tarea no realizable, además, usualmente, estos obstáculos se constituyen en conocimiento que sirve en otro dominio.

Parte de las investigaciones y las reflexiones que se han focalizando en los obstáculos, también se han interesado por la forma en la que los alumnos construyen el conocimiento matemático; entre ellas se encuentran los trabajos de Guy Brousseau, quien adopta la expresión de obstáculo didáctico (Bachelard, 1981; Brousseau, 1983). Autores como D'Amore (2006) y Andrade (2011) señalan que los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza y deben ser evitados. Por otra parte, también se encuentran los obstáculos cognitivos que son reconocidos como conocimientos que han sido convenientes para la solución de algunos problemas durante cierto tiempo; son ubicados en la mente y luego resultan ser inapropiados, cuando el estudiante se enfrenta a problemas distintos (Palarea y Socas, 1994). Bastián, Mora y Sánchez-Guzmán (2010) asocian los obstáculos cognitivos con las dificultades que se presentan en el estudiante en la resolución de problemas (R de P, en adelante). Otros trabajos que se reconocen en este campo son los de Farias, Simões y Trindade (2013) quienes señalan que los obstáculos pueden ser identificados por medio de secuencias didácticas, y Antonijevic (2016), quien identifica los obstáculos cognitivos que se presentan cuando los estudiantes se enfrentan a la R de P matemáticos; entre ellos se tienen: modelos de pensamiento, habilidades de solución, comprensión lectora y capacidad de análisis.

La investigación actual sobre los obstáculos ha incluido también intereses; por ejemplo, la formación matemática de algunos profesionales, entre ellos los ingenieros. Algunos de los inconvenientes se concentran en la utilidad que los futuros profesionales encuentran en las matemáticas (Rendón-Mesa, 2016); otras dificultades atañen al docente, en la forma como él configura sus clases, y los contenidos (obstáculo didáctico); y otras tendrán que ver con el aprendizaje mismo de la matemática, específicamente con el aprendizaje de algunos objetos conceptuales. Además, otros trabajos buscar reflexionar acerca de los obstáculos y sus implicaciones para los procesos de enseñanza – aprendizaje, en cursos tales como Álgebra Lineal (Costa y Rossignoli, 2017), Cálculo (Gutiérrez, Buitrago y Ariza, 2017) o en procesos de argumentación (Balacheff, 1999) y modelación (Plaza, 2016; Silveira & Caldeira, 2012).

En un estudio reciente, Plaza (2016) encontró que algunos estudiantes manifiestan obstáculos cuando llevan a cabo procesos de modelación matemática (MM en adelante) en un curso de Ecuaciones Diferenciales (ED en adelante); entre ellos el autor menciona: conceptual (en los objetos matemáticos previos a un curso de ED), cognitivo (en el análisis y comprensión de las soluciones de las ED) y didáctico (al no promover significados y conexiones entre la ED y el fenómeno estudiado); para el autor, este tipo de obstáculos están latentes en la formación de estos futuros profesionales. Así pues, dada la trayectoria que tiene la línea de obstáculos y dificultades y su presencia en la formación de ingenieros, este artículo ofrece una revisión de literatura que contribuye a comprender, con mayor detalle, los aspectos que rodean las distintas tipologías de obstáculos que pueden presentarse en los programas de formación mencionados.

Con base en los anteriores planteamientos, esta revisión buscó dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué tipo de obstáculos se han observado en los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, en cursos para ingenieros? Una respuesta a este cuestionamiento puede permitir, tanto a investigadores como a profesores, diseñar estrategias para configurar ambientes para el aprendizaje de las matemáticas, que estén acordes con las condiciones particulares de los estudiantes y con el carácter de la disciplina y su relación con otras disciplinas (Rendón-Mesa, 2016; Vargas Castro, 2016).

| Metodología

Conforme se mencionó anteriormente, esta investigación se propone obtener información actualizada sobre el tipo de obstáculos y dificultades que las investigaciones han reportado en la formación matemática de ingenieros. En coherencia con este propósito, la investigación es documental de tipo descriptiva, y con un corte cualitativo. Acorde con los planteamientos de Pérez (2012), se identificaron documentos relevantes; para ello, la primera búsqueda incluyó la identificación de artículos científicos, capítulos de libro, libros especializados, memorias de presentación de eventos y tesis, las cuales hayan sido resultado de investigación, que estén públicamente disponibles a través de Google Académico; la búsqueda se llevó a cabo en mayo de 2017. Los términos usados en el rastreo fueron: obstáculos, dificultades, errores, enseñanza, aprendizaje, matemáticas, ingeniería, modelación, combinándose con el operador booleano AND. Este proceso de búsqueda arrojó un total de 514 documentos publicados entre 1981 y 2017.

Después de eliminar los documentos repetidos, se seleccionaron los que cumplían con los siguientes criterios: haber tenido un proceso de revisión por pares académicos, tener un enfoque en la formación de ingenieros, presentar metodología de manera explícita, informar acerca de la MM. Se tuvieron en cuenta estudios cualitativos, cuantitativos o combinación de ellos. Inicialmente, se documentó sobre la teoría clásica de obstáculos, errores y dificultades en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática; luego, el grupo objetivo se configuró con los estudios llevados a cabo, inicialmente, a estudiantes en formación de los diferentes programas de ingeniería, así como a los docentes que orientan los correspondientes cursos de matemáticas y de aplicaciones. Con base en los anteriores criterios, se eligieron 63 estudios para una lectura y análisis más detallado.

El análisis de la distribución de las fuentes se encuentra en la tabla 1. En cuanto al idioma de publicación se tienen los resultados expuestos en la tabla 2. Una distribución por año de publicación aparece en la tabla 3.

Tabla 1

Tipo de documento analizado

Tipo de Documento	No. documentos	%
Artículo científico	42	66.7
Conferencia evento	8	12.7
Libro especializado	3	4.8
Capítulo de libro	7	11.1
Tesis de Investigación	3	4.8
TOTAL	63	100

Nota: Elaboración propia.

Tabla 2

Idioma de publicación

Idioma	No. documentos	%
Español	35	55.6
Inglés	23	36.5
Francés	1	1.6
Portugués	4	6.3
Total	63	100

Nota: Elaboración propia.

Tabla 3

Intervalos de frecuencia de publicación

Período de publicación	No. documentos	%
1981 - 1989	2	3.2
1989 - 1996	2	3.2
1997 - 2003	7	11.1
2004 - 2010	25	39.7
2011 - 2017	27	42.9
Total	63	100

Nota: Elaboración propia.

Para el análisis se hizo una primera revisión general, con el fin de identificar cómo se abordaron las investigaciones, sus principales referentes y la forma cómo esta ha sido tenida en cuenta en la matemática. También, se identificaron los principales tipos de obstáculos declarados en los estudios. Posteriormente, se hizo una exploración de cada documento, con el fin de encontrar la manera en que se identificaron las fuentes de los obstáculos y dificultades, y las maneras en que se atendieron.

| Resultados

Una de las principales comprensiones del término obstáculo se ubica en la perspectiva epistemológica de Bachelard (1981). En esta perspectiva, el conocimiento científico no es neutro frente a la presencia de obstáculos (tanto de tipo externo como los de tipo interno). Bachelard determina, en el obstáculo epistemológico, las dificultades psicológicas que no permiten una correcta apropiación del conocimiento (Villamil, 2008). Algunos estudios (Radford et al., 2000) han demostrado que el desconocimiento por parte del docente en temas epistemológicos e históricos de las matemáticas puede generar dificultades en la comprensión de la formación del pensamiento matemático en los estudiantes. Zunini (2007) resalta la importancia cuando el docente promueve conocimientos tácitos, tales como apuntes éticos o psicológicos, que inciden en la formación del alumno. Moru (2007) proyecta que los obstáculos epistemológicos se han encontrado en el desarrollo del conocimiento científico, y que los obstáculos cognitivos como aquellos relacionados con el aprendizaje individual. En la literatura se reconocen diversidad de clasificaciones de los obstáculos, por ejemplo, Brousseau (1983) los clasifica en: obstáculos ontogenéticos (se atribuyen a los estudiantes, por ejemplo, la ausencia de técnicas de estudio o falta de motivación o de prerrequisitos para estudiar un tema o concepto), obstáculos didácticos (se atribuyen a la enseñanza, por ejemplo, los que se derivan de las explicaciones o materiales usados), obstáculos epistemológicos (son saltos conceptuales, aunque no se pueden evitar, se deben superar para promover el conocimiento). Otros tipos de obstáculos reportados en la literatura y que pueden presentarse en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas pueden denominarse: cognitivos, representacionales, pedagógicos, psicológicos, epistemofílicos o semióticos (Fernández, 2009; Galatro, 2016; Rodríguez, 2017; Tall, 1989).

Obstáculos matemáticos identificados en la formación de ingenieros

Camarena, Trejo y Trejo (2013) exponen que es necesario reunir conocimientos matemáticos con otras áreas de conocimiento, teniendo en cuenta las implicaciones propias de este proceso. En el caso particular del docente, las autoras señalan que pueden surgir dificultades cuando se requiere utilizar la matemática en el contexto de las ciencias. Después de analizar inconvenientes en un proceso de enseñanza-aprendizaje, presentes en un estudiante de ingeniería, se observa que este se enfrenta a un bajo desempeño en sus competencias matemáticas; en particular, en procesos de matematización, que incluye el reconocimiento de variables en contextos específicos, el tratamiento del lenguaje matemático en ingeniería, el uso de la tecnología, entre otros. A continuación, se incluyen los trabajos donde estos obstáculos han sido registrados.

Algunos obstáculos en la matematización y el lenguaje matemático

En investigaciones recientes, Brahmia, Boudreaux & Kanim (2016) informaron que, en procesos de enseñanza-aprendizaje en un curso de Física inicial, para programas de ingeniería, se ha detectado que la complejidad numérica y el contexto físico interfieren con el razonamiento aritmético básico. Las diferencias que se presentan entre un simple razonamiento no científico y el razonamiento lógico científico, influyen en forma negativa en el aprendizaje en las ciencias fácticas, desde el punto de vista académico. Estas diferencias pueden ser vistas como obstáculos pedagógicos en los procesos de aprendizaje de las ciencias exactas, por ejemplo, en la Física y la Matemática (Madrigal y Slisko, 2010). El reconocimiento de las cantidades en contextos reales y su matematización, como constantes, variables, incógnitas, entre otros usos, representa un obstáculo para los estudiantes, en parte, por las dificultades en la “traducción” entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, pero también por las pocas oportunidades que los estudiantes pueden tener para reconocer los múltiples usos y significados que tienen las letras en diferentes contextos. Otros aspectos respecto a estas dificultades pueden encontrarse en Suárez (2016), Costa y Rossignoli (2017) y en Radillo, Nesterova, Ulloa y Pantoja (2005).

En algunas pesquisas (Autino et al., 2011) se han podido identificar obstáculos presentes en la formación matemática de ingenieros, que pueden deberse a procesos de comunicación. Entre ellos el que se halla en el docente cuando actúa como transmisor; el mensaje mismo como tal, el cual debe llevar las características propias para su comprensión; el material didáctico como instrumento de comunicación; y, finalmente, los significados que los estudiantes previamente han construido a través de su empleo, en sus contextos sociales, económicos y culturales.

Obstáculos y dificultades en modelación y aplicaciones matemáticas en ingeniería

Después de haber hecho un esbozo general sobre los tipos de obstáculos que pueden presentarse en la formación en matemáticas, así como el registro de algunos de ellos en la formación de ingenieros, se ofrece un panorama sobre algunos obstáculos y dificultades presentes en la modelación y aplicaciones presentes tanto en estudiantes como en docente, y, en algunos casos, en las instituciones.

Obstáculos en la resolución de problemas

Según Panaoura, Gagatsis & Demetriou (2009), cuando los estudiantes se enfrentan a obstáculos en la R de P, se crean oportunidades para mejorar su desempeño matemático. También, en trabajos como los de Gustafsson (2016), se reportan dificultades que obstaculizan el tránsito de los estudiantes por las diferentes fases de la MM, cuando se modelan tareas algebraicas. Entre ellas, se resalta una vez más la presencia de dificultades para usar registros de representación y matematización.

Dificultades que conducen a errores en matemáticas para ingenieros

Las dificultades presentes en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas pueden ser proyectadas desde varios enfoques, y entre los que se tiene: el neurológico, del desarrollo, educativo y el del procesamiento de la información. Según lo expone Astolfi (1999), los obstáculos más fuertes no son del todo dificultades, sino en su defecto un camino facilista del que dispone la mente para concebir un fenómeno. Un pensamiento encuentra una dificultad cuando este es sensible a lo que lo frena, o solo le impide su desarrollo. Y, por el contrario, el obstáculo representa un funcionamiento reducido, cuando el cerebro presenta un pensamiento sencillo y cómodo para el sujeto.

Socas (2007), a partir de una revisión de investigaciones, identificó algunos orígenes de las dificultades que presentan los estudiantes en su aprendizaje de las matemáticas. Entre ellos el autor menciona:

1. En el orden y disposición de elementos sugeridos por el docente, como es el caso de libros de texto inadecuados.
2. Complejidad de los objetos matemáticos. Especialmente cuando en estos se presentan conflictos en los procesos de comprensión y comunicación.
3. Especificidades en los procesos de pensamiento matemático. Se halla presente en la interpretación y comprensión para seguir un argumento lógico en las demostraciones formales.
4. Procedimientos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas. Ello involucra la institución, el currículo y los métodos de enseñanza.
5. Los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos. Se presentan en los diferentes estados del desarrollo intelectual de cada estudiante.
6. Otros aspectos sociales, económicos y culturales.

Un supuesto, a veces incuestionable para los docentes de ingeniería, es asumir que una debilidad en las matemáticas se convierte en un obstáculo que impide que muchos alumnos terminen con éxito sus estudios, tal como lo exponen Sami-Fadali, Velásquez-Bryant & Robinson (2004). Andrade (2011) afirma que cuando estas dificultades no han podido ser eludidas, se convierten en obstáculos, porque no permiten avanzar en el diseño de nuevo conocimiento, y los obstáculos de tipo didáctico se estudian a través del análisis de los errores más frecuentes de los estudiantes. Se hablará de error, en el momento que el alumno no pueda realizar una tarea que sea aceptada en un contexto matemático.

Algunos obstáculos detectados en procesos de MM

La divulgación de los resultados de los estudios realizados por Henn (2007), Lingefjärd (2007), Aparisi y Pochulu (2013) y Bisognin y Bisognin (2012), han permitido identificar algunos obstáculos a los que se enfrentan los docentes, entre ellos los de ingeniería, cuando se ubican en escenarios de modelación matemática. Algunos de estos obstáculos son:

1. Tiempo de clase. Los docentes no disponen del tiempo de clase necesario y suficiente para poder abordar problemas a ser resueltos por MM.
2. Acceso a tecnología. Algunas veces, los salones de clase y/o los alumnos no cuentan con dotación de equipos tecnológicos adecuados y/o a programas especializados.

3. Método de enseñanza. Las tareas de MM traen consigo desafíos en las maneras de enseñar; algunas de ellas tienen que ver con las orientaciones para resolver la tarea, la producción y validación de modelos y la interacción con conocimientos de otras disciplinas.
4. Alto número de estudiantes. Inciden directamente en el logro de objetivos, por la forma en que puedan interactuar. La participación del estudiante juega un papel muy importante a lo largo del proceso de modelación.
5. Necesidad de formación en los docentes. Frente a ello, se deben promover experiencias que les permitan aprender sobre modelación y sobre la enseñanza de las matemáticas a través de este proceso.
6. Ausencia de libros especializados. El desconocimiento de estos por parte de los docentes se ha convertido en una barrera para la enseñanza-aprendizaje de la MM.
7. Detección de inseguridad en los estudiantes frente a los nuevos conocimientos.
8. Las creencias de los profesores sobre la modelación, la enseñanza y los intereses en los estudiantes juegan un papel que condiciona la manera en que el profesor hace lo que hace sobre modelación en sus aulas (Villa-Ochoa, 2015).

Otros tipos de obstáculos presentes en la MM pueden reconocerse en los trabajos de Galbraith & Stillman (2006), Blomhøj (2008) y Borromeo-Ferri (2011). Entre ellos:

1. Experiencias y conceptos inadecuados de la actividad propia de la MM.
2. Obstáculos cognitivos, fundamentalmente con respecto a la matematización y solución de un problema por medio de MM.
3. Obstáculos sociológicos, principalmente con respecto a la identificación del entorno del problema, sus aspectos cognitivos y restricciones.
4. Muchos de los obstáculos surgen tanto de la transición entre los problemas y la representación matemática, como también en la interpretación de la solución.
5. A menudo se presentan bloqueos en la matematización, la simplificación de fórmulas simbólicas que producen las funciones más sofisticadas.
6. Sentimientos de inseguridad y fracaso cuando se reconocen la multiplicidad de caminos y de aspectos emergentes en un proceso de MM.

Investigaciones como las de Cruz (2010), Silveira & Caldeira (2012), Biembengut & Hein (2013) y Kertil & Gurel (2016), han identificado inconvenientes del tipo institucional académico, tales como:

1. Falta de integración en el plan de estudios. Ausencia de acciones que articulen el ciclo básico y el ciclo profesional y que permitan un trabajo conjunto y continuo.
2. Falta de fuentes curriculares, ya que son rígidas frente a la organización, por contenidos.
3. Falta de cooperación de la institución o desconocimiento del proceso de modelado.
4. Carencia de políticas que le garanticen al estudiante uso de recurso humano y material.
5. Se da un tipo de obstáculos sistémicos como expectativas de los padres, asociaciones científicas y otros grupos de presión, o regulaciones curriculares.
6. Se presentan obstáculos relacionados con la investigación, pues pueden existir resultados empíricos fiables o no, como base para la enseñanza de la modelación.

Algunas dificultades detectadas en procesos de MM para ingeniería

Estudios realizados por Mendible y Ortiz (2007), Biembengut y Hein (2004), Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun (2010), Huang (2012), y Peña y Morales (2016), identifican las dificultades de los estudiantes y otras que son debidas a la formación de los profesores. Entre ellas:

1. Interpretación del contexto. En pocas situaciones se les participa a los estudiantes donde requieren de lectura, interpretación, formulación y explicación en contexto.
2. Perfeccionamiento. Falta de cursos de actualización en los saberes sobre MM.
3. Formación de los profesores. Está en la falta de experiencia con las tareas de MM.
4. Planificación. Una ausencia de ella, permite un desvío de los procesos por parte del docente y por ende de los estudiantes.
5. Disponibilidad para aprender y enseñar simultáneamente.
6. Evaluación. La MM necesita una evaluación diagnóstica, formativa, procesal y de resultados.
7. Trabajo de los estudiantes a través de proyectos y grupos de colaboración.

De la misma manera, se detectan dificultades en los procesos de MM por parte de los estudiantes, discriminadas así:

1. Interpretación de un contexto. El alumno presenta dificultades en lectura, interpretación y entendimiento de los aspectos que intervienen en un contexto y en la delimitación de problemas y preguntas relevantes que requieren ser estudiadas.
2. En los alumnos se presentan inconvenientes en la transición entre los modos de representación matemática y la clasificación de parámetros, conocidos o no, las variables implícitas o explícitas, dependientes o independientes.
3. Los estudiantes tienen dificultades para articular las matemáticas aprendidas en el ciclo básico con los cursos de semestres superiores en ingeniería.
4. No conceptualiza y no utiliza la definición de sistema en una teoría física.
5. Elección de un tema inicial. Para ello se requiere una correcta y oportuna orientación por parte del docente del curso que guíe el tema de MM.
6. Validación. El estudiante tiende a confiar en el resultado matemático y a no verificar si las soluciones a los procesos de MM son lógicas y corresponden realmente a las condiciones dadas.
7. Trabajo en grupo. La falta de empeño y/o compromiso por parte de algunos alumnos, no permite el cumplimiento de actividades grupales.

Es importante mencionar que Dapuetto & Parenti (1999) encontraron dificultades referentes a los procesos de enseñanza de MM; entre ellas señalan, en primera instancia, la referencia a contextos reales que implica el uso de modelos de otras disciplinas, y la consiguiente presencia de interferencias de metas, lenguajes y concepciones que son difíciles de manejar; por último, la referencia a situaciones particulares de uso, que pueda inhibir el cambio al razonamiento abstracto, desviarlo o impedir la transferencia del razonamiento abstracto a otros contextos. Además, se evidencia, en trabajos como los de Rodríguez (2010), el vínculo de algunos inconvenientes presentes al abordar la situación con la transposición del proceso de la MM, identificando las dificultades de los estudiantes para modelar un problema de la vida real. Por último, se incluyen las conclusiones obtenidas en una publicación reciente (Plaza, 2016), en la que se logran encontrar obstáculos del tipo epistemológico, cognitivo, didáctico, incluyendo los de la organización institucional.

Ausencia de algunas competencias en MM

Las competencias en MM pueden considerarse como los conocimientos, habilidades, capacidades y actitudes sobre MM, desarrolladas por los alumnos; en esa dirección, en estudios como los de Sekerák (2010) han evidenciado dificultades con la obtención y tratamiento de los datos, en tanto los estudiantes pueden leerlos, pero en ocasiones no logran interpretarlos ni hacer un tratamiento para su análisis y matematización.

La anterior información de la revisión sistemática, dándole prelación únicamente a los artículos científicos (42), se puede sintetizar en las tablas 4 y 5, en las que se consigna el tipo metodológica seguida y los alcances de ellas.

Tabla 4*Tipo de investigación*

Tipo de Investigación	No. Documentos	%
Cuantitativo	11	26,19
Cualitativo	12	28,57
Mixto	19	45,23
Total	42	100

Nota: Elaboración propia

Tabla 5*Alcance de la investigación*

Alcance	No. Documentos	%
Exploratorio	3	7,14
Explicativo	8	19,05
Descriptivo	31	73,81
Total	42	100

Nota: Elaboración propia

Los artículos revisados dan cuenta de que las investigaciones sobre obstáculos y dificultades en matemáticas también involucran relaciones con otras temáticas. En la Tabla 6 se presenta la frecuencia de temáticas que aparecieron relacionadas en los textos:

Tabla 6

Frecuencia de temáticas en la revisión

Temática/ área del Conocimiento	Cantidad
Aprendizaje	6
Bloqueos	2
Conductismo	1
Didáctica	4
Dificultades	14
Enseñanza	6
Errores	2
Ingeniería	8
Matemática	9
Modelación matemática	15
Obstáculos	7
Obstáculo cognitivo	3
Obstáculo didáctico	3
Obstáculo epistemofílico	2
Obstáculo epistemológico	10
Obstáculo ontogenético	1
Obstáculo pedagógico	3
Obstáculo psicológico	1
Resolución de problemas	8
Tecnología	1

Nota: Elaboración propia

| Discusión

En esta revisión de literatura se indagó sobre los diversos estudios que identifican, caracterizan y clasifican los diferentes obstáculos detectados en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; en particular, se centró la atención en la modelación y en la formación matemática de ingenieros. Como se observó en los resultados, el concepto de obstáculo orbitó sobre términos relacionados como errores, dificultades, bloqueos, e incluso, necesidades que, al no ser atendidas, pueden promover la aparición de obstáculos. En la primera parte del documento se enunció un conjunto de denominaciones que en la literatura buscan clasificar los obstáculos, entre ellos, se aparecieron los epistemológicos, didácticos y cognitivos; dentro de las matemáticas se describieron obstáculos asociados con su aprendizaje; frente a ello, se reconoció la existencia de clasificaciones en ontogenéticos, didácticos y epistemológicos. Este estudio ha permitido conocer inquietudes que han sido expuestas por parte de investigadores en la enseñanza de la matemática, en particular, en programas de ingeniería, y cómo algunas de estas inquietudes buscan afrontar o “evitar” algunos de estos obstáculos.

Con base en los documentos revisados, es posible discutir algunos de los resultados. En primer lugar, el análisis de estos documentos permitió evidenciar que, a pesar de que en los últimos diez años ha crecido el interés por comprender los contextos y condiciones sobre los que se presenta la formación matemática de futuros ingenieros, aún existe un amplio conjunto de preguntas sobre la naturaleza y estrategias que se requieren para enfrentar la diversidad de obstáculos que se presentan. Con base en los planteamientos de Rendón-Mesa, Duarte y Villa-Ochoa (2016), se puede afirmar que parte de las necesidades de formación de los futuros ingenieros radica en la articulación que se debe ofrecer entre la matemática y el campo de acción profesional de los ingenieros. Esta articulación debe dar cuenta de la necesaria interdisciplinariedad que se requiere para la formación en ingeniería (Vargas Castro, 2016). Sin embargo, gran parte de los obstáculos descritos en la literatura internacional se concentran en aspectos epistemológicos, conceptuales, cognitivos y didácticos, lo que sugiere la necesidad de desarrollar más investigación sobre la naturaleza de los obstáculos que pueden presentarse cuando se buscan formas de articulación entre las matemáticas y los diferentes campos sobre los que actuarían los futuros ingenieros.

Para Sunthonkanokpong (2011), la formación en ingeniería en las próximas décadas debe ofrecer herramientas teóricas y empíricas para que los futuros profesionales resuelvan problemas propios de su profesión. Estos problemas, aunque no son “netamente” matemáticos, sí involucran el uso de modelos, significados, procedimientos y conceptos matemáticos; por tanto, el reconocimiento de los obstáculos y dificultades que se presentan en la formación de estos profesionales, sigue siendo una necesidad para la investigación. Frente a ello, este artículo ofrece no solo una descripción de estos obstáculos, sino también ofrece un referente sobre las fuentes en las que se originan algunos de ellos y sobre cómo los autores han buscado acciones para afrontarlos, con el fin de que las matemáticas tengan mayor sentido para los estudiantes. A continuación, se sintetiza, en la tabla 7, los resultados antes mencionados.

Tabla 7

Síntesis de resultados

Resultado	Temática
1. Visión clásica de obstáculos	Obstáculo epistemológico Obstáculo didáctico Obstáculo ontogenético Obstáculo cognitivo
2. Otros obstáculos detectados en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Estrategias de intervención	Obstáculo pedagógico Obstáculo psicológico Obstáculo epistemo-fílico Obstáculo semiótico Dificultades - errores Triada didáctica
3. Obstáculos detectados en la formación de ingenieros. Estrategias de intervención	Resolución de problemas Modelación Matemática

Nota: Elaboración propia.

Conclusiones

Este estudio ofrece dos resultados importantes; por un lado, ofrece insumos para categorizar los obstáculos presentes en la formación de ingenieros, tales como la falta de oportunidades para el desarrollo de competencias matemáticas y para promover habilidades y el razonamiento científico, y dificultades en los procesos de representación, matematización y comunicación con el lenguaje matemático.

El segundo resultado de este estudio permite centrarse no solo en el aprendizaje de las matemáticas, por parte de los ingenieros, sino también en procesos que son inherentes a su formación; por ejemplo, la modelación matemática. Al respecto, este estudio contrasta los resultados obtenidos en Plaza (2016) en cuanto a que, al resolver problemas de ingeniería, se encuentran obstáculos, dificultades que conducen a errores, y varios de ellos tienen su origen en el docente, el estudiante y la institución.

Con esta revisión se han podido conocer estudios que de manera directa o indirecta se han enfocado entre las dificultades, los obstáculos o los errores, bien sea en la enseñanza o en el aprendizaje de las matemáticas. También, la manera en que los autores han recurrido a interpretaciones y tipologías existentes, entre ellas denominaciones como: obstáculo cognitivo, el pedagógico, el psicológico, epistemofílico y el semiótico. Como se informó en el interior de este artículo, parte de los obstáculos se relacionan con procesos de matematización, así como con el uso de símbolos y la “interacción” entre el lenguaje natural y el matemático.

Algunas implicaciones pueden derivarse a partir de los obstáculos descritos en este artículo. En particular, se pueden generar acciones y estrategias entre los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para ingenieros, y contribuir a enfrentarse a los diversos obstáculos. Por ejemplo, las instituciones formadoras de ingenieros deben propender por una revisión continua de los procesos de formación de sus profesores y de sus planes de estudio, propósitos, metodologías y contenidos curriculares de los cursos de matemáticas, de tal manera que surjan acciones que tengan en cuenta las necesidades y realidades de los estudiantes; en particular, los relacionados con los procesos de matematización, simbolización y comunicación con las matemáticas.

Por su parte los profesores podrían tener en consideración la influencia que existe entre los obstáculos que se presentan y el conocimiento producido por los estudiantes. En función de ello, se requiere de una sensibilidad, actitud y preparación para reconocer la presencia de los obstáculos, y, a partir de ello, organizar los ambientes que promueven el aprendizaje de las matemáticas en sus aulas. Este tipo de acciones implica también la disposición para trabajar con otros colegas y fomentar el trabajo interdisciplinario en el aula.

Referencias

- Andrade, C. (2011). Obstáculos Didácticos en el aprendizaje de la Matemática y la formación de docentes. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa - ALME 24* (pp. 999-1007). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Antonijevic, R. (2016). Cognitive Activities in Solving Mathematical Tasks: The role of a Cognitive Obstacle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science Technology Education*, 12(9), 2503-2515. Recuperado de <http://www.ejmste.com/Cognitive-Activities-in-Solving-Mathematical-Tasks-The-role-of-a-Cognitive-Obstacle,62149,0,2.html>

- Aparisi, L. y Pochulu, M. (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa - ALME 26* (pp. 1387-1397). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4368/1/AparisiDificultadesALME2013.pdf>
- Astolfi, J. (1999). El tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos. *Educación y Pedagogía*, 11(25), 151-171. Recuperado de <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/view/5863>
- Autino, B., Digión, M., Llanos, L., Marcoleri, M., Montalvetti, P. y Soruco, O. (junio, 2011). Obstáculos didácticos, ontogenéticos y epistemológicos identificados desde la comunicación en el aula. En XIII CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Conferencia llevada a cabo en Recife-Brasil. Recuperado de http://www.unsj.edu.ar/unsjVirtual/diplomatura_educacionNuevasTecnologias/wp-content/uploads/2015/08/738-obstaculos.pdf
- Bachelard, G. (1981). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo* (9 ed.). México: Siglo XXI Editores.
- Balacheff, N. (1999). Is Argumentation an Obstacle? Invitation to a Debate. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, (1), 3-7. Recuperado de <http://eric.ed.gov/?id=ED435644>
- Barrantes, H. (2006). Los Obstáculos Epistemológicos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1(2), 1-7. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6886/6572>
- Bastién, G., Mora, C. y Sánchez-Guzmán, D. (2010). Obstáculos en la resolución de problemas en alumnos de bajo rendimiento. *Latin-American Journal of Physics Education*, 4(3), 677-682. Recuperado de http://www.lajpe.org/sep10/413_Mauricio_Bastien.pdf
- Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>
- Biembengut, M. & Hein, N. (2013). Mathematical modelling: implications for teaching. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modelling students' Mathematical modelling competencies ICTMA 13* (pp. 481- 490). New York: Springer.
- Bisognin, E. y Bisognin, V. (2012). Percepções de professores sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de Aula. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 1049-1079.
- Blomhøj, M. (2008). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica (María Mina, traduct.). *Revista de Educación Matemática*, 23(2). (Obra original publicada en 2004). Recuperado de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419/11120>
- Borromeo-Ferri, R. (2011). Effective mathematical modelling without blockages. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo - Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling ICTMA 14* (pp. 181-186). New York: Springer.

- Brahmia, S., Boudreaux, A. & Kanim, S. (2016). Obstacles to mathematization in introductory physics. *arXiv:1601.01235*.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problemes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(02), 101-117.
- Camarena, P., Trejo, E. y Trejo, N., (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: la matemática en contexto como una propuesta metodológica. *Revista de Docencia Universitaria*, 11, 297-424. Recuperado de <http://www.polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/5562/5552>
- Costa, V. y Rossignoli R. (2017). Enseñanza del álgebra lineal en una facultad de ingeniería: Aspectos metodológicos y didácticos. *Revista Educación en Ingeniería*, 12(23), 49-55. Recuperado de <https://www.educacioneningeneria.org/index.php/edi/article/view/734>
- Cruz, C. (2010). La enseñanza de la Modelación Matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería UCV*, 25(3), 39-46. Recuperado de http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_fiucv/article/view/2316/2207
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Dapueto, C. & Parenti, L. (1999). Contributions and Obstacles of Contexts in the Development of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 1-21. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/3483158>
- Farias, T., Simões, B. y Trindade, E. (2013). Tentativa de superar obstáculos de aprendizagem. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 6(3), 121-150. Recuperado de <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/viewFile/38021/29021>
- Fernández, E. (abril, 2009). De obstáculo epistemofílico a vínculo dialéctico: reflexiones acerca de una experiencia sobre lectura académica. En *Primer Encuentro Interdisciplinario 2009: La lectura y la escritura en la universidad*. Encuentro llevado a cabo en Buenos Aires, Argentina. Recuperado de <http://dspace.uces.edu.ar:8180/xmlui/handle/123456789/862>
- Galatro, J. (2016). La epistemofobia organizacional: un obstáculo para el aprendizaje, el desempeño y el bienestar de las personas. Itinere. *Revista Digital de Estudios Humanísticos de la Universidad FASTA*, 6(1). 78-85. Recuperado de <http://revistas.ufasta.edu.ar/index.php/initinere/article/view/101>
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying Student Blockages during transitions the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, ZDM*, 38(2), 143-62.

- Gustafsson, B. (enero, 2016). Swedish students in upper secondary school solving algebra tasks - What obstacles can be observed? En J. Häggström, E. Norén, J van Bommel, J. Sayers, O. Helenius & Y. Liljekvist (Eds.), *ICT in mathematics education: the future and the realities* (pp. 27-36). Göteborg, Sweden: Göteborgs universitet.
- Gutiérrez, L., Buitrago, M. y Ariza, L. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20). 137-153. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/reci-g/v15n20/1900-6586-recig-15-20-00137.pdf>
- Henn, H. (2007). Modelling in school chances and obstacles. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 125-138. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/0512/b4a6f9d18692789c31b3ef65b8ae6a17d407.pdf>
- Huang, C. (2012). Investigating engineering students' mathematical modelling competency. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 10(2), 99-104.
- Kertil, M. & Gurel, C. (2016). Mathematical Modeling: A bridge to STEM Education. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(1), 44-45.
- Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling - Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *Journal für Mathematik - Didaktik*, 31(1), 119-141.
- Lingefjård, T. (2007). Mathematical Modelling in Teacher Education - Necessity or Unnecessarily. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education The 14th ICMI Study Series* (pp. 333-340). New York: Springer. Doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_35
- Madrigal, A. y Slisko, J. (2010). Un frasco flota en el agua y se hunde en el aceite: ¿cómo los alumnos de bachillerato explican tales hechos y qué predicen para una situación más compleja? *Latin-American Journal of Physics Education*, 4(02), 408-414.
- Mendible, A. y Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la formación de Ingenieros. La importancia del contexto. *Enseñanza de la Matemática*, 16(1), 133-150.
- Moru, E. K. (2007). Talking with the literature on epistemological obstacles. *For the Learning of Mathematics*, 27(3), 34-37. Recuperado de <https://flm-journal.org/Articles/7968B5B6-DC68EB311866308086F062.pdf>
- Palarea, M. y Socas, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *Revista Suma*, 16, 91-98. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf>.

- Panaoura, A., Gagatsis, A. & Demetriou, A. (2009). An intervention to the metacognitive performance: Self - regulation in mathematics and mathematical modeling. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 09, 63-79. Recuperado de <https://www.ddm.fmph.uni-ba.sk/ADUC/files/Issue9/05-Panaoura+Gagatsis+Demetriou.pdf>
- Peña, L. y Morales, J. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza - aprendizaje: El caso del área bajo la curva. *Revista Educación en Ingeniería*, 11(21), 64-71. Recuperado de <http://www.educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/637/289>
- Pérez, J. (2012). *Revisión sistemática de literatura en ingeniería*. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
- Plaza, L. (2016). Obstáculos presentes en Modelación Matemática. Caso Ecuaciones Diferenciales en la formación de Ingenieros. *Revista Científica*, 2(25), 176-187. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/10340/11774>
- Radford, L., Bartolini, M., Bekken, O., Boero, P., Dorier, J.L., Katz, V., Rogers, L., Sierpiska, A. & Vasco, C. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. En J. Fauvel, J. Maanen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (pp. 143-170). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Radillo, M., Nesterova, E., Ulloa, R. y Pantoja, R. (febrero, 2005). Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas relacionados con deficiencias en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa. En *V Congreso Internacional Virtual de Educación*. Congreso llevado a cabo en Guadalajara, México. Recuperado de <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/24761>
- Rendón-Mesa, P. (2016). *Articulación entre la matemática y el campo de acción de la Ingeniería de Diseño de Producto*. Aportes de la modelación matemática (Tesis de doctorado). Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.
- Rendón-Mesa, P., Duarte, P. y Villa-Ochoa, J. A. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de La Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 31(2), 21-36. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11854/>
- Rodríguez, J. (2017). *Obstáculos representacionales en el aprendizaje de los números racionales* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Manizales, Colombia. Recuperado de http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/392/1/Obst%C3%A1culos_represen_aprendi_n%C3%BAmeros_racionales.pdf
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Relime. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-1). 191-210. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime/201012d.pdf>

- Sami - Fadali, M., Velásquez - Bryant, N. & Robinson, M. (October, 2004). Work in progress – Is attitude toward mathematics a major obstacle to engineering education? In *The ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference - 34th Annual Meeting*. Savannah, GA. Recuperado de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1408582/>
- Sekerák, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The teaching of Mathematics*, 13(3), 105-112. Recuperado de <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/25/tm1323.pdf>
- Silveira, E. & Caldeira, A. (2012). Modelagem na Sala de Aula: Resistências e obstáculos. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 1021-1047. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291226275012>
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en Educación Matemática*, 11, 19-52. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1247/>
- Sunthonkanokpong, W. (2011). Future Global Visions of Engineering Education. *Procedia Engineering*, 8, 160-164. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.03.029>.
- Suárez, O. (2016). Aprendizaje de la Matemática, una condición necesaria para el aprendizaje de la física inicial a nivel superior. *Academia y Virtualidad*, 9(1), 24-40. Recuperado de <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/1707>
- Tall, D. (1989). New Cognitive Obstacles in a Technological Paradigm. In in S.E. Wagner and C.E. Kieran (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* 4 (pp. 87-92). Reston, United States: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vargas Castro, E. (2016). The emergence of a new order of knowledge to manage the training of civil engineers [Germina un nuevo orden de conocimiento para gestionar la formación de ingenieros civiles]. *Uni-pluriversidad*, 15(2), 85-96. Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/view/26825/20780196>
- Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales. Un estudio de caso con profesores de matemáticas. Magis. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133-148. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/f/2810/281042327008.pdf>
- Villamil, L. (2008). La noción de obstáculo epistemológico en Gaston Bachelard. *Revista Espéculo*, 13(38), 349-358. Recuperado de <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/especulo/numero38/obstepis.html>
- Zunini, P. (2007). El docente como obstáculo epistemológico. *Revista de Informática educativa y Medios Audiovisuales*, 4(09), 28-34. Recuperado de <http://laboratorios.fi.uba.ar/lie/Revista/Articulos/040409/A4mar2007.pdf>