



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos

Mathematics-Teaching Modeling: An Approach Based on Colombian Curricular Guidelines and Standards

Modélisation de l'enseignement des mathématiques : Un regard basé sur les directives et normes du curriculum colombien

Jhony Alexander Villa Ochoa

Licenciado en Matemáticas y Física
Especialista en Enseñanza de las Matemáticas
Magíster en Educación (Matemática) y
Candidato a Doctor en Educación Matemática, Universidad de Antioquia
Integrante Grupo de investigación en Educación
Matemática e Historia
(Universidad de Antioquia-Universidad Eafit)
Correo: javo@une.net.co

Héctor Mauricio Ruiz Vahos

Licenciado en Matemáticas y Física
Estudiante de Maestría en Educación Matemática
Universidad de Antioquia
Correo: mruizxp@gmail.com

Tipo de artículo: artículo corto (avance de investigación)¹

Recepción: 2008-10-10

Revisión: 2008-12-10

Aprobación: 2009-01-09

¹ El presente avance de investigación es producto de las reflexiones teóricas del proyecto *El proceso de modelación matemática en las aulas escolares del suroeste antioqueño*, financiado y desarrollado por la Dirección de Regionalización y el Comité para el Desarrollo de la Investigación-CODI de la Universidad de Antioquia.

Los autores-investigadores expresan sus agradecimientos a la Dirección de Regionalización y al Comité para el Desarrollo de la Investigación (CODI) de la Universidad de Antioquia por la financiación de este proyecto, según acta N. 559 de febrero de 2008. A la Red Colombiana de Modelación en Educación matemática (www.recomem.com), al grupo FORDAD y al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación-Colciencias por el apoyo a este trabajo mediante la beca Créditos Condonables para estudiantes de doctorado 2007.

Contenido

1. Introducción
2. La modelación como recurso didáctico en la clase de matemáticas
3. La modelación y la resolución de problemas en los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en Colombia
 - 3.1 Sobre la resolución de problemas
 - 3.2 Sobre la modelación matemática
4. Discusión
5. A modo de cierre
6. Lista de referencias

Resumen. En este artículo de investigación se presentan algunos conceptos que caracterizan la modelación matemática como un proceso en el aula y como área de investigación en educación matemática. Particularmente, se valora su estado de consolidación en las matemáticas escolares en Colombia por medio del análisis de las disposiciones del Ministerio de Educación Nacional a través de los lineamientos curriculares (1998) y los estándares básicos de competencias (2006). Finalmente, se discuten elementos que diferencian y/o asemejan al proceso de modelación con la resolución de problemas, y se establecen algunas reflexiones para el trabajo futuro sobre la modelación en el contexto colombiano.

Palabras clave. Modelación matemática, Modelación y aplicaciones en educación matemática, Solución de problemas, Situaciones problema.

Abstract. This research article presents some concepts characterizing mathematics modeling as an in-class process and a research field in mathematics teaching. Through the analysis of National Ministry of Education curricular guidelines (1998) and basic competence-standards (2006), the level of consolidation of mathematics at Colombian schools is assessed. Finally, it is posed a discussion on the elements making modeling process and problem-solving similar or different, and some



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

reflections for further development on modeling-development in Colombia are stated.

Key Words and Expressions: Mathematics Modeling, Mathematics-Teaching Modeling and Applications, Problem-Solving, Problem-Situations.

Résumé. Dans cet article sont présentés quelques concepts caractérisant la modélisation des mathématiques comme un processus en salle de classe et aussi comme un domaine de recherche au sein de la recherche de l'enseignement des mathématiques. D'une façon particulière, on a évalué l'état de consolidation des mathématiques aux écoles colombiennes à moyen d'une analyse des régulations émises par le Ministère de l'Éducation Nationale dans des directives du curriculum (1998) et des normes de base en matière de compétence (2006). Finalement, on a proposé une discussion sur des éléments qui font le processus de modélisation et la résolution de problèmes semblables ou différents, et on a exposé quelques réflexions sur le développement futur de la modélisation en Colombie.

Mots-clés : Modélisation des mathématiques, Modélisation et applications de l'enseignement des mathématiques, Résolution de problèmes, Situations-problème.

1. Introducción

El estudio de los problemas del "mundo real" ha sido fuente de inspiración para que muchos matemáticos construyan nuevas teorías y modelos que expliquen y solucionen problemas de un fragmento de esa realidad. Algunos investigadores en Educación Matemática destinan parte de sus esfuerzos hacia el estudio de dicha realidad, sus vínculos con el conocimiento matemático y su aprovechamiento como recurso en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Como fruto de estos esfuerzos, ha llegado a consolidarse en el ámbito internacional el área de investigación denominada *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007).

La inclusión de la modelación en el aula de matemáticas en Colombia se propone desde 1998 con la presentación, por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN), del documento Lineamientos Curriculares, en el cual se sugiere el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: (1) la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos; (2) el razonamiento, (3) la



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

resolución y planteamiento de problemas, y (4) la comunicación (MEN, 1998, p. 74).

Con base en lo anterior, en este artículo se exponen las principales nociones que hacen parte de los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias del MEN en relación con los procesos de modelación y resolución de problemas, y se presenta una discusión sobre algunos elementos que requieren una revisión con respecto a la profundidad y comparación entre estos dos procesos.

Las discusiones y reflexiones presentadas en este artículo hacen parte de la investigación en curso "El proceso de modelación en las aulas escolares del suroeste antioqueño" financiado por el Comité para el Desarrollo de la Investigación -CODI y la Dirección de Regionalización de la Universidad de Antioquia.

2. La modelación como recurso didáctico en la clase de matemáticas

En la literatura internacional se encuentran referenciados múltiples trabajos relacionados con la modelación en educación matemática, los cuales sería imposible abordar en su totalidad en un artículo e incluso en un único texto. En Blum et al. (2007) se presentan algunas evidencias del grado de desarrollo e institucionalización de la investigación en *modelación y las aplicaciones en Educación Matemática* a nivel internacional; se destaca, por ejemplo, la conformación de temas de estudio relativos a la modelación y las aplicaciones, entre ellos: epistemología, la modelación como competencias y su relación con otras competencias, prácticas de enseñanza y aprendizaje de la modelación y las aplicaciones, los aportes de la tecnología a la modelación y las aplicaciones, y la implementación de la modelación como proceso y recurso en el aula de matemáticas. Con respecto a este último tema, la literatura reporta su importancia en el diseño de situaciones y actividades para la construcción de algunos conceptos matemáticos en el aula de clase (Bassanezi, 2002; Villa, 2007; Crouch & Haines, 2004; Biembengut & Hein, 2004; Borromeo, 2006; Burkhardt, 2006; Barbosa, 2006).

La modelación en las matemáticas escolares tiene sus fundamentos en la actividad científica del matemático que se encarga de aplicar y construir modelos para explicar fenómenos, resolver problemas de otras ciencias o para avanzar en una teoría o ciencia (generalmente llamado matemático aplicado); dichos modelos emergen en contextos que comúnmente no han sido abordados o se abordan desde una perspectiva diferente al interior de la ciencia. El educador en matemáticas promueve la elaboración e interpretación de modelos, con el ánimo de construir un concepto matemático dotado de un significado, y con la intención de despertar una



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

motivación e interés por las matemáticas debido a la relación que esta área del conocimiento tiene con los problemas del contexto real de los estudiantes.

Contrario al matemático aplicado, los problemas para el educador matemático deben haber sido considerados a priori con base en una preparación y selección del contexto y de acuerdo con los propósitos de la clase. Tanto para el matemático aplicado, como para el educador matemático, el proceso de modelación está íntimamente vinculado al estudio de situaciones de la realidad y, en la mayoría de los casos, a la solución de problemas.

La modelación matemática, vista como *proceso*, implica una serie de acciones o fases que hacen que la construcción o interpretación de un modelo no se efectúe de manera instantánea en el aula de clase; esas acciones o fases se conocen en la literatura como *ciclo de la modelación*. Dicho ciclo comienza con la determinación de un fenómeno o problema del "mundo real", el cual es observado y sometido a un proceso de experimentación con lo que se pretende profundizar en su comprensión y en la búsqueda de datos; como no es posible considerar y/o identificar todos los factores involucrados en el fenómeno, se hacen las simplificaciones y supuestos que eliminen algunos de éstos, para con ello construir un modelo que representa el fenómeno.

Construido el modelo, se generan todos los análisis posibles y se utilizan las herramientas matemáticas para construir una solución teórica de la cual se desprenden las conclusiones del modelo; dichas conclusiones deben ser posteriormente interpretadas a la luz del fenómeno. En la búsqueda de la coherencia entre las conclusiones del modelo y el fenómeno mismo se plantean estrategias de evaluación y validación. Si después de la validación, el modelo está acorde con el fenómeno problema, finaliza el ciclo; en caso contrario, se comienza de nuevo partiendo de la evaluación del fenómeno enriquecido con los análisis, se hace una observación, se ajustan los datos, las variables y se continúa la modificación del modelo... y así sucesivamente. En la figura 1 se ilustran los momentos del proceso de modelación.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

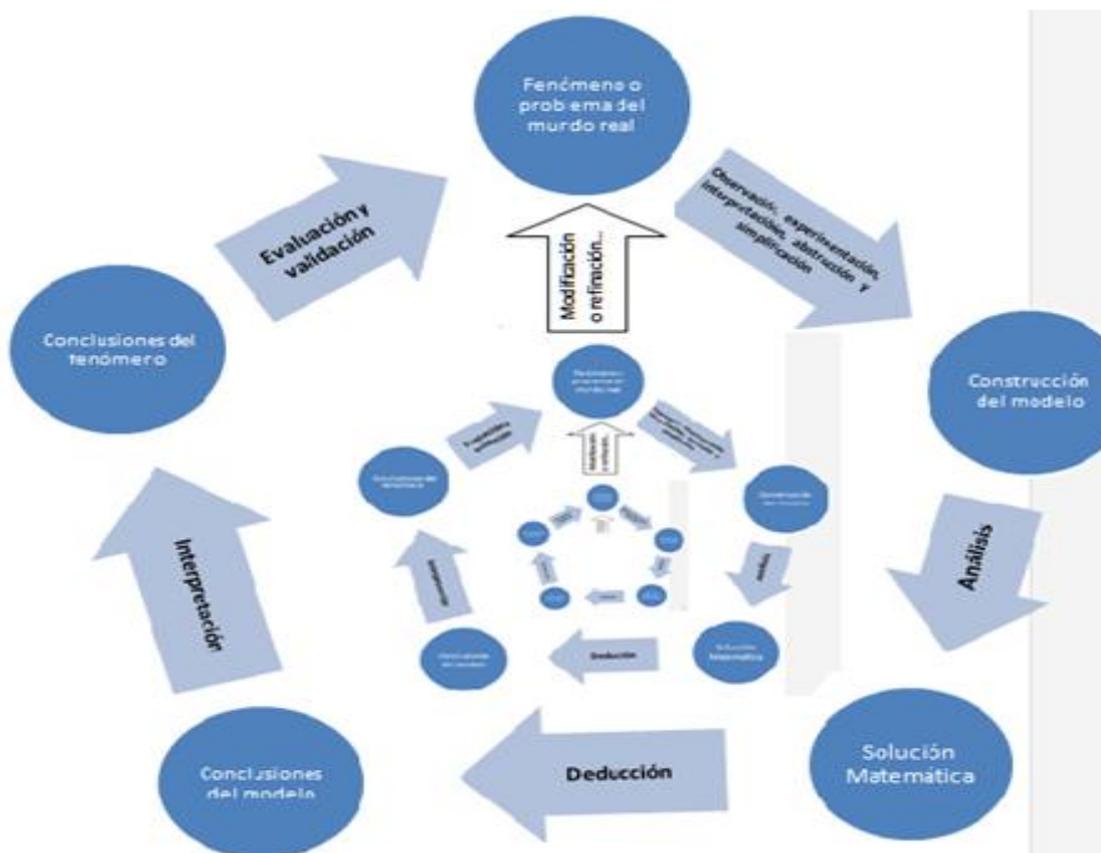


Figura 1. Los momentos del proceso de modelación

En la tabla 1 se presentan algunos aspectos que diferenciarían el proceso de modelación matemática como actividad científica y como herramienta para construir conceptos matemáticos en el aula de clase.

Tabla 1. Algunas diferencias entre el proceso de modelación en las ciencias y como recurso en las aulas de matemáticas (Villa, 2007)

Criterio	Como actividad científica	Como herramienta en el aula de clase
Propósito del modelo	<i>El modelo se construye a partir del análisis de algunas situaciones, mediante las cuales se busca explicar fenómenos, solucionar problemas (de ciencias Naturales, Sociales, Humanas...) o para avanzar</i>	<i>El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo</i>

en una teoría o ciencia.

Los conceptos matemáticos	<i>Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.</i>	<i>Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.</i>
Contextos	<i>Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.</i>	<i>Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.</i>
Otros factores	<i>Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.</i>	<i>Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias</i>

3. La modelación y la resolución de problemas en los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en Colombia

En Colombia desde 1998, con la publicación de los Lineamientos Curriculares, se le imprime a las matemáticas escolares un sentido más amplio que posibilita al alumno la utilización de sus conocimientos fuera del ámbito escolar; en contextos donde pueda formular hipótesis y tomar decisiones para abordar y adaptarse a nuevas situaciones.

En ese sentido, el MEN (1998, p. 35) establece que "*es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista*". De acuerdo con esta visión, se afirma que uno de los propósitos de la matemática escolar es el desarrollo del *pensamiento matemático* y, por tanto, son la modelación y la resolución de problemas dos de los procesos fundamentales para alcanzar este propósito, al tiempo que propician la superación de la visión "transmisionista de conceptos" que en ocasiones se favorece al interior de las matemáticas escolares.

En este apartado se presentan los elementos conceptuales sobre los procesos de *resolución de problemas* y *la modelación* que incorporan los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

emanados por el Ministerio de Educación Nacional, y se sugieren nuevos elementos para la reflexión, el debate y la reinterpretación de estos conceptos en los currículos colombianos.

3.1 Sobre la resolución de problemas

La *resolución de problemas*, como estrategia para el aula de matemáticas, ha sido un tema desarrollado con cierta amplitud en el contexto educativo colombiano. Previo a la publicación de los Lineamientos Curriculares se conocen algunos trabajos del investigador Orlando Mesa en los que se caracterizan las *situaciones problema* en el contexto escolar como "*un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está evocado (sic) a resolver [...] En matemáticas se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos*" (Mesa, 1998, p. 18). Bajo esta noción, este autor presenta al docente una secuencia de pasos para diseñar una situación problema dentro del aula de matemáticas, a saber: *definir una red conceptual, seleccionar un motivo, establecer estados de complejidad conceptual, precisar la estrategia de intervención didáctica, escoger ejercicios y problemas prototipo, señalar posibilidades para la ampliación, acoger un proceso para la evaluación.*

Por su parte, el MEN (1998) ofrece algunas directrices para la incorporación de la actividad de plantear y resolver problemas como un proceso para la construcción de conocimiento matemático en el aula. Basado en algunos trabajos del NCTM (1981), el MEN (1998) presenta cinco aspectos relevantes al interior del currículo escolar de matemáticas, los cuales son coherentes con los pasos presentados por el profesor Mesa, ellos son:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

La importancia de la actividad de plantear y resolver problemas se fundamentó en el MEN (1998, p 76), entidad que, retomando los trabajos de Mesa (1998) y de Alan Schoenfeld, establece que *"en el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas"*. El experimentar dichas condiciones posibilita que los estudiantes puedan *"aprender matemáticas en un salón de clase que represente un microcosmos de la cultura matemática, esto es, clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana"* (MEN 1998, p.76). Como se verá más adelante, estos argumentos también son válidos para justificar la importancia de la modelación como proceso en las matemáticas escolares.

En la actividad de resolver problemas el MEN (1998) agrega otros argumentos, por los cuales es importante incorporar este proceso en las aulas de clase, a saber:

- *Desarrollar habilidad para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y evaluar, representar, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones cotidianas.*
- *Provocar procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático; nos estamos refiriendo precisamente a los procesos del pensamiento matemático: la manipulación (exploración de ejemplos, casos particulares); la formulación de conjeturas (núcleo del razonamiento matemático, proponer sistemáticamente afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez); la generalización (descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella); la argumentación (explicar el por qué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos).*
- *Investigar comprensión de conceptos y de procesos matemáticos a través de: reconocimiento de ejemplos y contraejemplos; uso de diversidad de modelos, diagramas, símbolos para representarlos, traducción entre distintas formas de representación; identificación de propiedades y el reconocimiento de condiciones, ejecución eficiente de procesos, verificación de resultados de un proceso, justificación de pasos de un proceso, reconocimiento de procesos correctos e incorrectos, generación de nuevos procesos, etcétera.*
- *Investigar estrategias diversas, explorar caminos alternos y flexibilizar la exploración de ideas matemáticas (pp. 76-77).*



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Posterior a los Lineamientos Curriculares se conocen otros trabajos que abordan la *resolución de problemas* como objeto de estudio, tal es el caso de Obando y Múnera (2003, p. 185) quienes interpretan una situación problema como "*un contexto de participación en el que los estudiantes al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos*". De igual manera, Obando (2005), con ánimo de interpretar los Estándares Curriculares publicados en 2003, conceptualizan sobre las situaciones problema como un elemento que crea ambientes de trabajo tangibles en donde los conceptos matemáticos sean construidos de manera significativa. Con excepción de algunas referencias a la modelación de situaciones de variación como elemento fundamental para el desarrollo del pensamiento variacional, el *proceso de modelación* no es caracterizado ni desarrollado con amplitud en este último documento.

Finalmente, en la versión de los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) se ratifica la importancia de la formulación, tratamiento y resolución de problemas, en los siguientes términos:

[...] las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (p.52).

Con base en estos elementos se evidencia una clara preocupación por parte del MEN y de algunos investigadores a nivel nacional por el desarrollo e implementación del proceso de planteamiento y resolución de problemas en las matemáticas escolares.

3.2 Sobre la modelación matemática

El proceso de modelación se fundamenta sucintamente en los Lineamientos Curriculares de matemáticas desde al menos tres acepciones:

1. La modelación como una necesidad generada por los desarrollos de la tecnología que permean la sociedad. En este sentido puede inferirse que la modelación responde a los requerimientos del individuo para enfrentarse al mundo de la producción.
2. La modelación como una forma de describir las interrelaciones entre el "mundo real" y las matemáticas. De esta forma se presenta la modelación como un proceso en estrecha conexión con la solución de problemas. Sin embargo, no se hacen explícitos los elementos que caracterizan dicha relación y sus diferencias o similitudes con el proceso de resolver problemas.
3. Como una actividad involucrada en la "solución de problemas reales" que implica procesos de simplificación, idealización y estructuración de las "situaciones reales", que luego de ser matematizadas arrojan como resultado la construcción de un modelo matemático. El análisis del modelo arroja ciertas conclusiones que se validan cuando son interpretadas a la luz de la situación original y cuando se justifica su uso en coherencia con el propósito con el que fue construido. (Ver figura 2)

Estos tres elementos muestran un alto grado de consistencia entre los elementos teóricos propuestos por el MEN (1998) y la literatura desarrollada hasta la época.

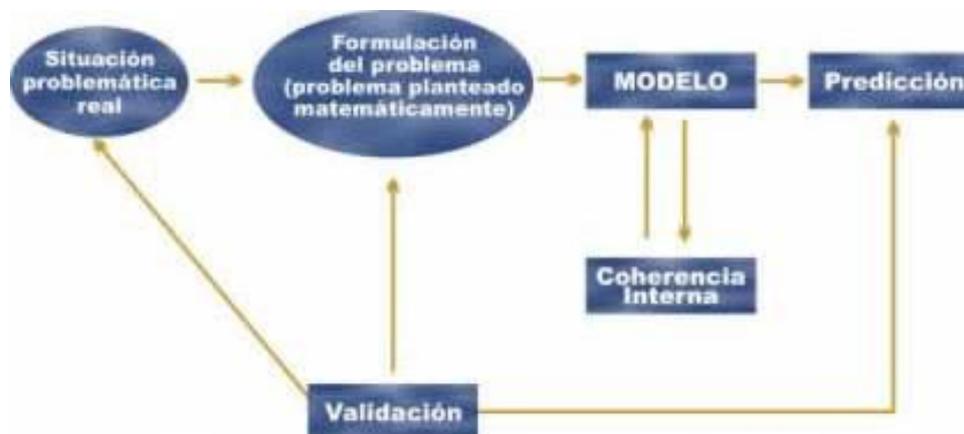


Figura 2. Elementos básicos de la construcción de modelos presentada en MEN (1998, p. 97)



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Entre los argumentos que sustentan la importancia de la modelación en las aulas escolares colombianas el MEN (1998) plantea que:

La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles (p. 101).

Para ejemplificar a los lectores los elementos implicados en el proceso de modelación, el MEN (1998) desarrolla un conjunto de cuatro ejemplos sencillos, dos de los cuales son:

(Ejemplo 1) *"Una familia de cuatro (4) personas ha invitado a tres (3) amigos a comer a su casa. ¿Cuántos puestos se pondrán en la mesa?"* (MEN, 1998, p. 99)

(Ejemplo 3) *"¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados?"* (MEN, 1998, p. 100)

En la lectura de los ejemplos y de los elementos teóricos que defienden la modelación en la educación en matemáticas colombiana se pueden identificar algunas contradicciones. Particularmente el ejemplo 1 presenta una situación artificial que, aunque puede ser posible, en muchos casos tiene poca relación con la realidad que los contextos cotidianos, sociales y culturales ofrecen a los estudiantes. Además es una situación que se encuentra demasiado simplificada, lo cual no posibilita la experimentación y la recolección de información que demanda un buen proceso de modelación.

Por otro lado, el ejemplo 3 es un problema que se presenta en un contexto intramatemático, que poco tendría que ver con la noción de "realidad" que se manifiesta en la literatura sobre la modelación (i.e Bassanezi, 2002). La modelación se reconoce como un proceso que establece vínculos entre el mundo real y las matemáticas; en este sentido, en el ejemplo 3 de los Lineamientos Curriculares no se observan dichos vínculos, dado que se encuentra formulado desde las matemáticas hacia las matemáticas mismas.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Estas contradicciones ponen en evidencia las dificultades que se presentan en el momento de ofrecer verdaderos ejemplos de modelación estandarizados a una gran población, ya que una noción de *realidad* que incluya el reconocimiento de los contextos cotidianos, sociales y culturales implica una serie de factores que particularizan las situaciones. Sin embargo, en Villa (2007) y en Biembengut & Hein (2004) se encuentran ejemplos más próximos que pueden servir de inspiración para que los maestros construyan sus propios modelos.

La inclusión de la modelación en las aulas escolares sigue siendo defendida por el MEN (2006), que la considera un proceso que posibilita alcanzar uno de los ideales de la educación en Colombia, al responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. De esta manera, el MEN (2006) asume un modelo como un concepto clave dentro del proceso de modelación y lo define en los siguientes términos:

Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema – a veces se dice también "una estructura"– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (p.52)

Con base en esta idea, el MEN equipara el concepto de modelación con el concepto de matematización de Hans Freudenthal, estableciendo que "*La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente*" MEN (2006, p. 53); puede observarse así una estrecha relación entre los procesos de modelación y resolución de problemas sin establecer los límites de cada uno de estos procesos.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

4. Discusión

Con base en los elementos anteriormente esgrimidos se observa que tanto la *modelación* como el *planteamiento y resolución de problemas* han sido sugeridos para su incorporación en los currículos colombianos de matemáticas desde hace más de diez años, sin embargo a nivel teórico, desde los Lineamientos y Estándares no se establecen elementos que sugieran una implementación diferenciada entre ambos procesos. En este sentido es necesario presentar de manera explícita elementos que permitan a los profesores identificar las semejanzas y diferencias en los procesos de modelación y la solución de problema. Al respecto Blum et al. (2007, p. 11) establece que cuando la *resolución de problemas* se utiliza para designar los procesos que intervienen cuando un problema del "mundo real" va a ser resuelto, tiene un significado equivalente a la modelación matemática. En ambos casos destacan el uso de los elementos estratégicos que están necesariamente implicados en el proceso de solución. Es claro que tanto en el proceso de *modelación* como en el de *planteamiento y resolución de problemas* se abordan problemas con el fin de posibilitar en los estudiantes un aprendizaje con significado de los conceptos matemáticos, sin embargo, el tipo de problemas, las estrategias de solución y los contextos son elementos determinantes en la diferencia entre ambos procesos. En la siguiente tabla se establecen algunos criterios para los cuales se evidencian algunas convergencias y divergencias entre los procesos de modelación y solución de problemas.

Tabla 2. Algunos elementos que caracterizan los procesos de modelación, planteamiento y resolución de problemas

CRITERIOS	MODELACIÓN MATEMÁTICA	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Contextos	Son "contextos reales", los cuales dependen del entorno sociocultural de los estudiantes y de las demás ciencias. Son contextos extra-matemáticos	Pueden ser contextos reales, pero también pueden ser contextos rediseñados y artificiales. Pueden ser contextos extra o intra - matemáticos

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Propósitos	El estudiante es sometido a procesos de experimentación, indagación, búsqueda de datos, abstracción y simplificación, entre otros.	En ocasiones, los datos son presentados a estudiantes en situaciones simplificadas, por tanto, los procesos de experimentación, establecimiento de datos, y simplificación son un poco más limitados.
El proceso	Como proceso, la modelación matemática es recursiva y cíclica. Se desarrolla a través de una serie de fases en donde el estudiante debe interpretar, abstraer, simplificar, construir el modelo, interpretar matemáticamente dicho modelo y luego, a la luz del problema inicial, debe darse una evaluación del modelo, y de acuerdo con esto puede darse una reformulación del modelo. La validación es interna y/o externa	Como proceso, la resolución de problemas incorpora una mirada regresiva del problema (suponer el problema resuelto). Es un proceso recursivo y cíclico que requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. La validación es generalmente interna.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Argumentos	<p>Al abordar problemas cotidianos y del entorno social y cultural de los estudiantes, permite una (re)significación de la realidad objetiva por parte del estudiante, de manera tal que le posibilite asumir una actitud crítica frente a las situaciones de la cotidianidad.</p> <p>Aporta elementos para responder a la pregunta clásica <i>¿para qué sirven las matemáticas?</i></p> <p>Otros argumentos son presentados en Bassanezi (2002)</p>	<p>Posibilita la construcción de conocimientos y del pensamiento matemático de manera flexible, contextualizada, con sentido y significado.</p> <p>Otros argumentos son presentados en Mesa (1998), Obando & Múnera (2003) entre otros.</p>
-------------------	--	---

En la tabla anterior se observa como la modelación y la resolución de problemas convergen en diferentes criterios; ahora, en la figura 3 se pretende equiparar ambos procesos, particularmente se muestran algunos elementos de cuándo la modelación y la resolución de problemas pueden considerarse como dos procesos equivalentes y cuándo ambos procesos pueden ser perfectamente diferenciados.

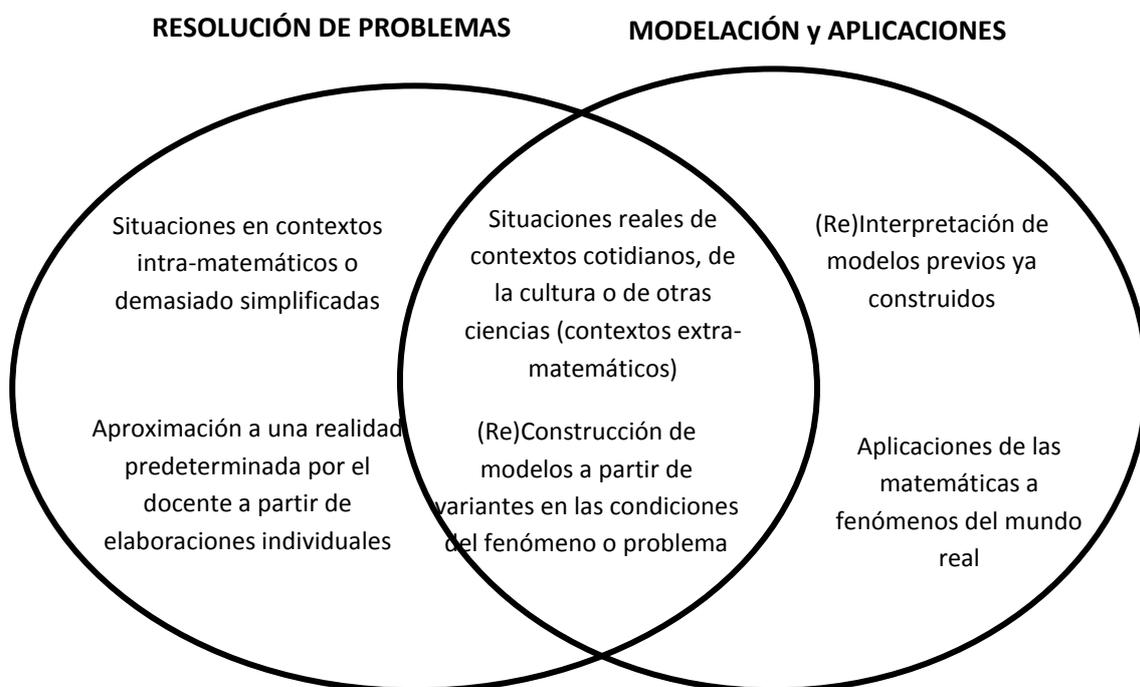


Figura 3. Convergencia de la modelación y la resolución de problemas

En la actualidad, de modo general la modelación se entiende como una actividad que aborda el proceso de construcción de modelos a partir de problemas de la realidad, sin embargo se presenta para la discusión su trascendencia hacia la noción de *práctica que además de la construcción de modelos incluya la reelaboración e interpretación de modelos ya construidos*.

En consecuencia, los *problemas* deben asumirse como *problemas en contextos reales*; y por tanto, se requiere una discusión seria del significado de "realidad" desde la perspectiva de la modelación en educación matemática. Algunas interpretaciones de la "realidad" en ocasiones comprenden una serie de situaciones creadas de manera artificial para revestir algunos conceptos matemáticos. Contrario a esto, se considera en este artículo que una mirada desde la modelación debe considerar la idea de *contextos reales* como cercana a aquellos contextos cotidianos, sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias; en los cuales los estudiantes deben enfrentarse verdaderos procesos de experimentación, a la



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

identificación y manipulación de datos, a la simplificación y abstracción de cantidades y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución. Bajo esta noción, las situaciones que presenta el MEN (1998, pp.99-100) para ejemplificar la modelación, están más cercanas a la noción de resolución de problemas, que a la modelación, presentando así una ligera contradicción entre lo expuesto teóricamente y lo ilustrado para la práctica.

Con respecto a la presentación de estos procesos en los documentos en mención, es pertinente considerar las siguientes preguntas:

¿Cuáles son los elementos esenciales que deben implementarse en los programas de formación inicial y continuada de maestros que posibilite la incorporación de las aplicaciones y la modelación en sus prácticas escolares?

¿Cuál es el papel que juegan los contextos sociales y culturales en la implementación de la modelación en las aulas escolares colombianas?

¿Cómo incorporar las aplicaciones y la modelación matemática con autonomía en los currículos institucionales, en un país con tanta diversidad social y cultural?

¿Cómo debe articularse la modelación a los currículos escolares de tal manera que contribuya a alcanzar los ideales de la educación colombiana en cuanto a la inclusión escolar y el ejercicio de una ciudadanía responsable con capacidad para posicionarse de manera crítica frente a las demandas sociales y democráticas?

¿En qué medida puede la modelación convertirse en un proceso que promueva la construcción de un conocimiento matemático que trascienda los límites de la escuela?

¿Cuáles son los principales obstáculos que inciden en la implementación de la modelación en las aulas de clase en las diferentes subregiones del país?

Estas y muchas otras preguntas sugieren nuevos desarrollo investigativos en nuestro país, de manera tal que se promueva una revisión de los actuales Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en lo que respecta a la modelación como proceso en el aula de clase. De esta manera se ofrecería una visión que incorpore los actuales hallazgos presentados en la literatura a nivel internacional y brindaría una perspectiva más dinámica de dichos documentos.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

5. A modo de cierre

Con base en los elementos presentados en este documento, es válido considerar que desde los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias la diferencia entre la modelación y la resolución de problemas es más un asunto de tipo teórico y académico que de efectos prácticos en el contexto del aula de clase. Vale la pena indagar en qué medida los elementos teóricos presentados en los documentos discutidos han contribuido al desarrollo de la cuestionada idea en los profesores que *representar matemáticamente un problema suele ser equivalente a modelar*.

Algunas investigaciones han reportado una *creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas y las prácticas del aula de matemáticas* (Agudelo-Valderrama C. , 2006); es importante indagar en qué proporción los elementos teóricos presentes en estas disposiciones no son lo suficientemente claros y explícitos, y se convierten en uno de los factores que han contribuido para que se acreciente dicha brecha.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

6. Lista de referencias

Agudelo-Valderrama, C. (2006). The growing gap between colombian education policy, official claims and classroom realities: Insights from mathematics teachers' conceptions of beginning algebra and its teaching purpose. *International Journal of Science and Mathematics Education* , 4, 513-544.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM* , 38 (3), 293-301.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Biembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática* , 16 (002), 105-125.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM* , 38 (2), 86-95.

Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms: reflections on past developments and the future. *ZDM* , 38 (2), 178-195.

Crouch, J., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology* , 35 Issue 2, 197-206.

Mesa, O. (1998). *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas*. Medellín: Centro de Pedagogía Participativa.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Obando, G., & Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía*, 15 (35), 183-200.



"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 27, (mayo – agosto de 2009, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada categoría C Publindex e incluida en Latindex.

Obando, G; et al. (2005). *Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas*. Medellín: Gobernación de Antioquia.

Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas* , 51-81.