

¿Cómo citar este artículo?

Zapata, S. M., Santa Ramírez, Z. M. y Jaramillo López, C. M. (septiembre-diciembre, 2018). El profesor de primaria: una reflexión sobre su papel en la inclusión del álgebra temprana en el currículo escolar. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (55), 192 – 209.

El profesor de primaria: una reflexión sobre su papel en la inclusión del álgebra temprana en el currículo escolar¹

The primary teacher: a reflection on his role in the inclusion of the early algebra in the school curriculum

Sandra Milena Zapata

Universidad de Antioquia
sandra.zapata@udea.edu.co

Carlos Mario Jaramillo López

Universidad de Antioquia
carlos.jaramillo1@udea.edu.co

Zaida Margot Santa Ramírez

Tecnológico de Antioquia / Universidad de Antioquia
zaida.santa@udea.edu.co

Recibido: 20 de octubre de 2017

Evaluado: 21 de septiembre de 2018

Aprobado: 21 de noviembre de 2018

Resumen

El propósito del presente artículo es divulgar los resultados que emergieron en un proceso de indagación documental, respecto al profesor y a su papel en la inclusión del álgebra temprana en el currículo de la educación básica primaria. Como producto del análisis de los artículos e investigaciones, se definieron tres líneas de revisión: el álgebra en el currículo, un objeto de reflexión en la educación básica primaria; el razonamiento algebraico en primaria: ¿tarea o reto para los profesores?; y, una reflexión emergente: el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Se logra dilucidar en la literatura estudiada la justificación y pertinencia de promover el razonamiento algebraico en la educación primaria, en la cual la actuación del profesor es determinante, lo que evidencia la necesidad de ofrecer espacios de desarrollo profesional, con miras a transformar el conocimiento para la enseñanza, en el contexto del álgebra temprana.

Palabras clave: Álgebra temprana, Conocimiento profesional, Desarrollo profesional, Profesor de primaria, Razonamiento algebraico.

Abstract

The purpose of this paper is to disclose the results emerged in a process of documentary inquiry, regarding the teacher and his role in the inclusion of early algebra in the curriculum of primary education. As a result of papers and research analyzed, three lines of reviewing were defined: algebra in the curriculum, an object of reflection in primary education; the algebraic reasoning in primary: task or challenge for teachers?; and, an emerging reflection: the knowledge and professional development of the mathematics teacher. It is possible to elucidate in the

¹ La revisión se realiza en el contexto de un estudio a nivel doctoral en el campo de la educación matemática, titulado: Transformación del conocimiento profesional del profesor de matemáticas de primaria, en el contexto del álgebra temprana, el cual está en curso en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

studied literature the justification and pertinence of promoting algebraic reasoning in primary education in which the teacher's performance is determinant in, what evidences the necessity for offering spaces of professional development with a view to transforming the knowledge for teaching in the context of early algebra.

Keywords: Early algebra, Professional knowledge, Professional development, Primary teacher, Algebraic reasoning.

| Introducción

Se ha observado que los profesores de primaria tienen un papel fundamental en la promoción del razonamiento algebraico en la educación básica, lo que le exige una profunda reflexión sobre su conocimiento profesional. En consecuencia, el análisis logrado en esta indagación se enmarcó en la pregunta: ¿qué reporta la literatura, en relación con el álgebra temprana? y el papel del profesor para su inclusión en el currículo? Dicho análisis constituye un referente para el estudio doctoral en curso, titulado "Conocimiento profesional del profesor de matemáticas de primaria, en el contexto del álgebra temprana", el cual es resultado de un problema planteado, considerando los marcos descritos a continuación.

Un marco experiencial, asociado al trabajo realizado como investigadores y formadores de profesores, tanto en el municipio de Medellín como en regiones de Antioquia, a través de diplomados, cursos de actualización, programas de formación continua y desarrollo profesional. En este contexto, la experiencia con los colectivos de profesores y las reflexiones que se suscitan en las diferentes interacciones con ellos, han permitido observar, reconocer y analizar inquietudes relacionadas con el razonamiento algebraico escolar y el diseño de tareas de carácter algebraico, en todos los niveles, pero con mayor profundidad en los grados de primaria. Así, no solo el razonamiento de los estudiantes se constituye en objeto de reflexión para los profesores, sino también su propio conocimiento del álgebra y su estructura.

Además, se considera un marco teórico (Kieran, 2004; Godino, Castro, Aké y Wilhelmi, 2012; Cai & Knuth, 2011; Vergel, 2016; Carraher & Schlieman, 2007; Derry, Wilsman & Hackbarth, 2007; Brizuela, Martínez & Cayton-Hodges, 2013), en el que se pueden apreciar problemas reportados en la literatura, que señalan tanto la necesidad de algunos profesores de fundamentar su razonamiento algebraico, como la justificación y pertinencia de incluir la enseñanza del álgebra en grados de primaria. Y un marco metodológico (Blanton & Kaput, 2002; Cai & Knuth, 2011; Brizuela et al., 2013; Aké, 2014; Cañadas y Molina, 2016), asociado a la pregunta: cómo el profesor de primaria puede promover el razonamiento algebraico de sus estudiantes.

De acuerdo al proceso de indagación, se alcanzan a dilucidar algunos problemas teóricos vinculados al razonamiento algebraico y a la conveniencia de su inclusión a nivel de la educación primaria. Los estudios también reportan análisis relacionados con el profesor de primaria, y su formación y condiciones, a nivel disciplinar y metodológico, para responder a la necesidad de promover el razonamiento algebraico en primaria. Al respecto, cabe precisar que los profesores con los que se ha trabajado no son especialistas en matemáticas, incluso, su pregrado no es en dicha área; además, han tenido poco acceso a cursos o diplomados en

² En el estudio se entenderá el álgebra temprana como una propuesta de cambio curricular, que propende por la introducción de modos de pensamiento algebraico en la matemática escolar, desde los niveles de educación básica primaria.

didáctica o pedagogía de las matemáticas, pero sí cuentan con amplia experiencia en su labor docente.

Como complemento a lo anterior, para el caso particular del estudio doctoral en curso, las reflexiones logradas en los colectivos con los que se han compartido experiencias sobre el objeto de estudio, dan cuenta de una preocupación manifiesta por los profesores, toda vez que reconocen impedimentos frente a su conocimiento didáctico del álgebra, al conocimiento para incluirla en el currículo de primaria, a sus posibilidades para promover el razonamiento algebraico y al enfoque de sus prácticas en la perspectiva del álgebra temprana; estos aspectos pueden ser elementos relacionados con el conocimiento y desarrollo profesional, y constituyen un referente de análisis en el estudio doctoral.

Por tanto, el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de primaria constituyen un punto de reflexión, toda vez que podrían definir condiciones para analizar e interpretar los problemas reportados en las posturas teóricas y la experiencia misma. Considerando el escenario de ideas que ofrece la revisión de la literatura, en la perspectiva del álgebra temprana y del desarrollo y conocimiento profesional del profesor de primaria en este contexto, la tesis doctoral pretende enmarcar el problema de investigación en la siguiente pregunta: ¿cómo el profesor de matemáticas de primaria transforma su conocimiento profesional, en el contexto del álgebra temprana? Para ello, se plantea el objetivo general: analizar cómo el profesor de matemáticas de primaria transforma su conocimiento profesional en el contexto del álgebra temprana.

| Metodología de la revisión

El presente trabajo, de tipo documental, da cuenta de un proceso de revisión, organización, sistematización y análisis de documentos con líneas argumentales, que pudieran estar relacionadas con la pregunta ¿qué reporta la literatura, en relación con el álgebra temprana y el papel del profesor en su inclusión en el currículo? Se realizó la búsqueda con palabras clave como: “álgebra temprana”, “early algebra”, “algebra early”, “pensamiento algebraico”, “algebraic thinking”, “razonamiento algebraico”, “algebraic reasoning”, “álgebra en el currículo”, “currículo colombiano”, “razonamiento algebraico del profesor de matemáticas”, “razonamiento algebraico del profesor de primaria” y “conocimiento algebraico escolar”, a través de las bases de datos Scopus, Google Scholar, Scielo, Dialnet, Springer y ERIC. Tomando en cuenta criterios como: palabras clave, resumen, marco teórico, metodología y conclusiones, reportados en cada documento; se preseleccionaron 68, de los cuales 48 mostraban afinidad con la pregunta propuesta.

Con los documentos seleccionados se realizó un análisis crítico de los problemas de investigación, los objetivos, el método, los instrumentos y las conclusiones, reportados en cada uno de ellos. Dicho análisis permitió identificar elementos de convergencia y divergencia en los estudios, así como comparar posturas de los autores y formular hipótesis, en relación con el papel del profesor en la inclusión del álgebra en la escuela primaria; además, posibilidad clasificar la información en tres líneas de reflexión adicionales, emergentes de las lecturas realizadas y asociadas con: (a) el álgebra en el currículo, un objeto de reflexión en la educación básica primaria, (b) el razonamiento algebraico en primaria: ¿tarea o reto para los profesores?, y (c) una reflexión emergente: el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Atendiendo a las anteriores consideraciones, se clasificó la información analizada en tres líneas que se presentan a continuación.

En la primera línea, se estudia el álgebra en el currículo, como objeto de reflexión en la educación básica primaria; esta evidencia que la incursión del álgebra en el currículo de primaria es un asunto de interés en el campo de la educación matemática. La segunda línea se refiere al reto que podría implicar el álgebra temprana para los profesores, teniendo en cuenta algunas inquietudes que se suscitan en el marco de su formación, conocimiento y preparación para enseñarla. En este contexto, emerge la tercera línea, que exhibe una reflexión centrada en el desarrollo y conocimiento profesional, en tanto que presenta un escenario en el que las acciones reflexivas, críticas y propositivas del profesor son objeto de análisis, en relación con sus prácticas y el tema en cuestión.

| Resultados

Las reflexiones que se suscitaron a partir de una lectura atenta, las interacciones con los colectivos de maestros y los análisis logrados por ellos y con ellos, posibilitaron la definición de tres líneas de reflexión que permitieron un acercamiento a una posible respuesta para la pregunta que orientó la revisión; en este sentido, se presentan a continuación las líneas propuestas y los análisis que se alcanzan a cristalizar en cada una de ellas.

El álgebra en el currículo, un objeto de reflexión en la educación básica primaria

El documento de Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia distingue, entre otros, tres componentes, a saber: los pensamientos matemáticos (numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medidas, variacional y sistemas algebraicos y analíticos, y aleatorio y sistemas de datos), los contextos para el desarrollo de las matemáticas escolares (matemáticos, cotidianos y de otras ciencias), y los procesos matemáticos (formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos) (Ministerio de Educación Nacional –MEN-, 1998).

Estos componentes son necesarios en todo diseño curricular, elaborado para la educación básica (primaria y secundaria) y media (académica y técnica), en el contexto colombiano. La organización del trabajo escolar, enmarcado en los anteriores componentes y, particularmente, en los pensamientos, presupone que en los niveles de educación básica y media el pensamiento matemático permea el currículo con sus cinco subdivisiones, y que, para la consecución de tal propósito, los profesores deberían conocer las características y estructura de cada uno de ellos.

La presencia de estos componentes en los planes de estudio o programas académicos de educación básica y media, suelen ser un referente de análisis en la práctica del profesor de matemáticas. Para llevar a cabo esta revisión, es objeto de discusión uno de los componentes del currículo: el pensamiento variacional, que podría iniciarse con el estudio de reglas de formación, las cuales ofrecen oportunidades para la formulación de conjeturas, puesta a prueba de las mismas, su generalización y su argumentación (MEN, 2006).

El pensamiento variacional, entendido a la luz de los Estándares Básicos de Competencias como aquel que “tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos” (MEN, 2006, p. 66), concibe como uno de sus propósitos: posibilitar, en la básica primaria, secundaria y media, un acercamiento a la comprensión y uso de los sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico (MEN, 2006).

En relación con el álgebra, los Lineamientos Curriculares ofrecen unas consideraciones para su conceptualización, similares a las presentadas por Kieran (2004), quien se refiere al pensamiento algebraico³ como el desarrollo de formas de pensar, dentro de actividades como: analizar las relaciones entre las cantidades, observar la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir. Por su parte, para Godino y Font (2003), el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas.

Para el caso de la educación primaria, la presencia del álgebra ha recibido un especial interés, tanto para el currículo como para algunas investigaciones, que han puesto de manifiesto una transición, no necesariamente armoniosa, entre la aritmética y el álgebra escolar, y que han aportado justificaciones teóricas para apoyar la inclusión del álgebra en la escuela primaria (Kieran, 2004; Godino et al., 2012; Cai & Knuth, 2011; Vergel, 2016; Carraher & Schlieman, 2007; Derry et al., 2007; Brizuela et al., 2013); en cuanto al currículo, el estudio del álgebra en primaria implica que este centre su atención en aspectos relacionales y en las estructuras matemáticas que subyacen en situaciones contextuales (Vergel, 2010).

En coherencia con lo anterior, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM–) (1998) sugirió la pertinencia de introducir el álgebra en los últimos niveles de la educación básica primaria, y reafirmó esta consideración en los Principios y Estándares de la Matemática Escolar (NCTM, 2000), cuando recomendó extender el pensamiento algebraico a los primeros niveles. Así, distintas investigaciones (Castro y Godino, 2008; Godino et al., 2012; Aké, 2014; Mulligan, Prescott, Papp & Mitchelmore, 2006; Sierra y Gascón, 2011) reportan la necesidad, justificación y pertinencia de incluir el pensamiento algebraico temprano en el currículo; incluso algunas informan resultados exitosos, en relación con la respuesta de los estudiantes en la incursión de este.

Sobre las bases de las ideas expuestas, el álgebra temprana se vislumbra como la materialización de la propuesta de cambio curricular, la cual pretende la inclusión del razonamiento algebraico en los primeros grados de escolaridad; en este orden de ideas, la introducción del álgebra en los niveles de primaria no debería entenderse como una asignatura, sino como una manera de pensar y actuar en objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas, como guía hacia una enseñanza con comprensión y significado de las mismas (Vergel, 2010).

En consecuencia, contemplar la idea de empezar la enseñanza del álgebra en primaria, se enmarca en una reflexión que se ha venido suscitando hace varios años; las razones para ello podrían aludirse a diferentes asuntos; Hohensee (2017), por ejemplo, reporta la existencia de

³ A la luz de los distintos constructos, los autores se refieren a pensamiento algebraico y a razonamiento algebraico. El escrito respeta la concepción de cada autor. Es preciso anotar que la postura para el estudio en curso se enmarca en la concepción de razonamiento algebraico.

investigaciones que argumentan que la incorporación del álgebra temprana al currículo escolar, puede preparar a los estudiantes para retos futuros en su formación escolar, referidos a las tareas de carácter algebraico; este argumento es compartido con Derry et al. (2007), quienes estiman que iniciar la enseñanza del álgebra con estudiantes de primaria implica prepararlos para el álgebra de la escuela secundaria, incluso para cursos básicos en educación superior. Carpenter, Frankle & Levi (2003) justifican iniciar la enseñanza del álgebra en la primaria, basados en el hecho de que la comprensión de su carácter simbólico necesita un proceso de maduración que amerita tiempo.

Otras razones, enmarcadas en el trabajo en el aula, sustentan que la incursión del álgebra en primaria promueve la observación de patrones, la construcción de relaciones y la comprensión de propiedades, que propenden por familiarizar el pensamiento de los estudiantes con las estructuras matemáticas (Molina, 2007). El pensamiento algebraico, enmarcado en el currículo, favorece formas de pensar, especialmente si no se reduce a la manipulación de símbolos; por esta razón, la iniciación en este pensamiento es importante hacerla en los primeros ciclos (Guimarães, Arcavi, Gómez, Ponte y Silva, 2006).

El razonamiento algebraico en primaria: ¿tarea o reto para los profesores?

Los resultados de diversas investigaciones intentan probar que los estudiantes en el nivel de primaria pueden ser expuestos a los primeros rudimentos del álgebra (Vergel, 2016); sin embargo, Schliemann et al. (2003) reportan deficiencias en el pensamiento algebraico, que podrían deberse a la abstracción inherente al álgebra. Es así como los estudios enmarcados en el pensamiento algebraico de niños pequeños enfocan su atención, principalmente, en las bases de la abstracción y la generalización matemática (Blanton & Kaput, 2002; Schliemann et al., 2003).

En este sentido, Kaput (2000), con su propuesta 'álgebra for all', promueve el álgebra como un elemento facilitador de la comprensión matemática, que podría incluirse en el currículo de la escuela primaria; cabe preguntarse qué tipo de trabajo habría que hacer con los profesores de los niveles de primaria, para responder a esta propuesta de inclusión, considerando que, en algunos casos, carecen de conocimientos necesarios para trabajar esta temática, dada su formación y su experiencia en el campo de las matemáticas (Butto y Rojano, 2004).

De igual manera, investigadores como Castro, Godino y Rivas (2011) informan de la viabilidad de promover el razonamiento algebraico elemental, siempre que los profesores cuenten con oportunidades para aprender a reconocer y a promover dicho razonamiento en sus estudiantes. Para Vergel (2016), lo anterior depende también de aspectos como: la práctica, los problemas propuestos, el tipo de preguntas planteadas y la actividad de los estudiantes. De esto modo, el papel del profesor en la inclusión del álgebra temprana podría relacionarse con algunos rasgos de la formación, los cuales presentan los profesores para trabajar la temática en cuestión y el desarrollo de sus prácticas.

Por otra parte, el análisis de la pertinencia de hacer modificaciones curriculares, en el marco de la propuesta del 'álgebra temprana', y las posibilidades de que los estudiantes de básica primaria se acerquen al uso y comprensión de estructuras algebraicas, sugiere una

reflexión adicional, centrada en el papel del profesor, quien debería saber lo que es esencial del álgebra, cuál es su papel en el currículo y cómo debe ser enseñada (Guimarães et al., 2006).

En consonancia con lo anterior, el interés por la propuesta de cambio curricular “álgebra temprana”, notorio en distintos ejercicios de investigación (Blanton & Kaput, 2002; Cai & Knuth, 2011; Brizuela et al., 2013; Aké, 2014; Cañadas y Molina, 2016), suscita reflexiones, en relación con el papel que el profesor de primaria debería desempeñar para que su trabajo sea coherente con esta demanda. En este sentido, si se considera que el foco de atención de estos estudios se ha concentrado en el razonamiento algebraico de los estudiantes, entonces la formación de profesores también debe ser un referente de análisis, pues la introducción de dicho razonamiento exige el conocimiento matemático de quienes lo enseñan (Castro y Godino, 2008).

De acuerdo con las ideas previas, Carraher & Schlieman (2007) plantean que “dos preguntas todavía se debaten: ¿los estudiantes jóvenes pueden aprender álgebra? Y ¿los profesores de la escuela elemental pueden enseñar álgebra?” (p. 675); frente a esto, señalan que los estudios sobre la enseñanza del álgebra en la educación básica primaria han sido bastante escasos, situación que llevó a estos investigadores a preguntarse acerca de problemas relacionados con: (a) la posibilidad (¿pueden los profesores enseñar álgebra a estudiantes jóvenes?), (b) la implementación (¿cómo se pueden poner en práctica las recomendaciones para el álgebra temprana?), y (c) la conveniencia (¿es importante o útil que los estudiantes aprendan álgebra tempranamente?) (Carraher & Schlieman, 2007).

En relación con la primera pregunta, Britt e Irwin (2011) reportan los resultados de un estudio, el cual demostró que la inmersión del álgebra temprana pudo conducir al desarrollo de mejores habilidades de pensamiento algebraico; esto, además, se vio reflejado en actuaciones posteriores de los estudiantes cuando estaban cursando grados superiores; por su parte, Aké (2014) señala que la comunidad académica interesada en la educación matemática ha empezado a vislumbrar el alcance del trabajo de los niños, quienes al parecer muestran mayores habilidades de razonamiento algebraico, de las esperadas. Para el caso del segundo cuestionamiento, Castro et al. (2011) señalan que, particularmente, las competencias algebraicas espontáneas de los niños podrían verse afectadas, precisamente por las posibles deficiencias en la formación de los profesores, frente a aspectos del razonamiento algebraico en primaria.

En consecuencia, se puede analizar que las implicaciones que tiene la propuesta curricular del álgebra temprana exige reflexionar no solo sobre la formación de los profesores en este campo, sino también sobre cómo se configuran sus prácticas profesionales, toda vez que son ellos los principales agentes en este proceso (Godino et al., 2012). A pesar de esto, Hohensee (2017) declara que, en la actualidad, existen pocas investigaciones para guiar los programas de formación, sobre cómo preparar futuros profesores de primaria para enseñar álgebra temprana, lo cual presupone el desafío que podrían experimentar los futuros profesores al explorar el razonamiento algebraico temprano, con el fin de incluirlo en su experiencia docente.

Por otra parte, como lo expresan Blanton & Kaput (2005), la incorporación del álgebra en la educación básica primaria no es un asunto trivial, si se considera que, generalmente, los profesores de estos niveles no cuentan con una formación inicial exclusiva en matemáticas (Avalos y Matus, 2010), y que ello podría conducir a que su conocimiento carezca de profundidad disciplinar, imposibilitándose comprender el cómo y el porqué del álgebra en primaria.

Siendo así, este asunto puede resultar más complejo aún, pues “la construcción del

conocimiento matemático en el contexto escolar, en nuestro caso sobre el álgebra temprana, requiere de interpretar de manera completa la práctica docente” (Solar y Rojas, 2015, párr. 16); luego, una posible interpretación de dicha práctica podría enmarcarse, inicialmente, en acciones del profesor, las cuales den cuenta del conocimiento matemático para una enseñanza efectiva del álgebra escolar, y de una planificación de la enseñanza, que propenda por un acercamiento a esta, anticipando así los razonamientos de los estudiantes (Blanton & Kaput, 2005), y creando oportunidades para construir razonamientos algebraicos.

Cabe señalar que, promover el razonamiento algebraico requiere que los profesores tengan una preparación apropiada, la cual posibilite la creación de oportunidades (Solar y Rojas, 2015; Aké, 2014; Blanton & Kaput, 2005; Castro y Godino, 2008; Molina, 2007). Una manera de conseguir esto, sería ‘algebraizar’ problemas aritméticos, transformándolos, de manera que se pueda desarrollar el razonamiento algebraico en los niños (Godino et al., 2015). Sin embargo, esta es una cuestión que podría dificultarse, considerando la poca experiencia con aspectos del razonamiento algebraico que pueden tener la mayoría de los profesores de escuela elemental (Blanton & Kaput, 2005); siendo así, “proveer formas apropiadas de apoyo profesional que produzca cambio en las prácticas curriculares” (Blanton & Kaput, 2005, p. 414), se constituye en un posible reto para los investigadores en el campo de la educación matemática.

A la luz de los anteriores presupuestos, es evidente la importancia de pensar en cómo pueden los profesores de la educación básica primaria enseñar álgebra, dado que este asunto está en estrecha relación con su formación y experiencia docente. Para ello, se considera que las tareas de enseñanza, relacionadas con el reconocimiento y la promoción del razonamiento algebraico, son posibles oportunidades para tal propósito, en tanto ofrecen a los profesores posibilidades para aprender a reconocer y a promover dicho razonamiento en sus estudiantes, situación que favorecería el acceso de los niños a niveles superiores de formación matemática (Castro et al., 2011).

En coherencia con lo anterior, el favorecimiento del razonamiento algebraico en estudiantes de educación básica primaria podría lograrse siempre que existan acciones formativas diseñadas para los profesores, tales como: diplomados específicamente para el área de las matemáticas, cursos de formación continuada, programas de desarrollo profesional⁴, entre otros; en este sentido, Branco & Ponte (2012) estiman que los profesores deben entender lo que implica la enseñanza del álgebra en primaria y, en consecuencia, tener conocimiento sobre ella, con miras al diseño de situaciones de carácter algebraico que posibiliten el desarrollo de este pensamiento. Con respecto a esto, Godino et al. (2015) manifiestan que la construcción de situaciones didácticas e instrumentos de evaluación (con contenido didáctico y algebraico), que busquen la reflexión y evolución de conocimientos sobre el álgebra escolar, es un proceso que debería ser relevante en la formación inicial y continua de los profesores.

⁴ El diplomado “Matemáticas en contexto”, se derivó de un estudio doctoral titulado Producción de conocimiento geométrico escolar de un colectivo de profesores—con—doblado—de—papel (Santa, 2016). Tuvo como objetivo el fortalecimiento del desarrollo profesional docente, a través de colectivos de profesores de matemáticas, y se desarrolló en 14 regiones del departamento de Antioquia, con la coordinación y participación de los autores del presente artículo, y como respuesta a la preocupación que se tiene por el conocimiento y desarrollo profesional docente, del profesor de la educación básica primaria, secundaria y media.

En esta línea, elementos asociados con la planeación y análisis de las tareas, enmarcadas en el razonamiento algebraico escolar, serían algunas de las experiencias de formación que Castro et al. (2011) declaran pertinentes para que los profesores logren reconocer manifestaciones de este tipo de razonamiento en sus estudiantes. En consecuencia, la necesidad de profundizar en la creación y gestión de tareas para el aula de clase, que vinculen a los estudiantes mediante un trabajo activo, en el cual emerja el pensamiento algebraico en los primeros grados de escolaridad, implica cambios y toma de decisiones sobre el trabajo en el aula de clase (Vergel, 2010).

Una reflexión emergente: el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas

La inclusión del álgebra temprana en el currículo escolar implica un cambio en la perspectiva del trabajo de los profesores, enfocado no solo en lo que los estudiantes no pueden hacer, sino más bien en lo que sí pueden lograr; asunto que tiene que ver con la propuesta de cambio curricular denominada “álgebra temprana”, la cual se asocia con la creación de oportunidades para integrar y cultivar hábitos de pensamiento, que presten atención a las estructuras fundamentales de las matemáticas (Vergel, 2010; Molina, 2007). Las evidencias reportadas en distintas investigaciones (Kieran, 2004; Mulligan et al., 2006; Cañadas y Molina, 2016; Blanton & Kaput, 2005; Cai & Knuth, 2011; Brizuela et al., 2013; Carraher & Schlieman, 2007), dan cuenta de lo que los estudiantes en el nivel de primaria son capaces de hacer, en relación con el pensamiento algebraico, lo cual no solo fundamenta posibles decisiones a nivel de la formación docente, sino también en las acciones del aula (Cañadas y Molina, 2016).

En consecuencia, no solo las acciones anteriormente mencionadas son objeto de análisis; los estudios reportan una realidad adicional, referida a la preparación de los profesores para asumir la inclusión del álgebra temprana; sobre lo anterior, Blanton & Kaput (2005), a través de un estudio para contribuir con los profesores en este aspecto, refieren que aunque el papel de estos es fundamental en la promoción del álgebra en primaria, la mayoría de ellos tienen poca experiencia en este campo, especialmente en lo que se refiere a su enseñanza. Bajo esta perspectiva, proponen experiencias enmarcadas en el pensamiento algebraico que posibiliten crear oportunidades para los estudiantes, a través del uso de recursos inmediatos, textos y demás materiales.

En efecto, la existencia de estudios que reportan la posibilidad de incentivar el razonamiento algebraico en la educación básica primaria, con un enfoque en el trabajo de los profesores, devela la atención que ha recibido el asunto de la formación y el desarrollo profesional docente, en aras de atender a la propuesta de “álgebra temprana”. Dentro de este marco, Blanton & Kaput (2005) presentan los resultados de una investigación realizada con una docente de tercer grado; los autores indican que fue capaz de integrar el pensamiento algebraico, de manera planificada y espontánea en sus prácticas, dando cuenta de cambios positivos en las habilidades algebraicas de sus estudiantes.

Por su parte, para Mason (2008), el hecho de que los profesores logren el fomento del pensamiento algebraico en todos los niveles, está asociado con que ellos mismos puedan

desarrollar habilidades en este tipo de pensamiento, condición que podría conseguirse a través de programas de desarrollo profesional. De esta manera, los hallazgos de la investigación de Hohensee (2017) sugieren que la exploración del álgebra temprana no es trivial para los futuros profesores, y que, probablemente, es necesario prepararlos de manera adecuada para enseñarla.

Con esa finalidad, para Castro y Godino (2008), el tipo de formación que debe ser ofrecida a los profesores para que puedan reconocer tanto el carácter algebraico de las tareas matemáticas como promover el razonamiento algebraico en los niños, podría entenderse, inicialmente, a partir de dos competencias; una de ellas se refiere a un diseño didáctico-matemático, asociado con la selección de problemas que propendan por el desarrollo del razonamiento algebraico; la otra, tiene que ver con el reconocimiento y uso de conceptos, procedimientos y propiedades pensadas para la enseñanza; el fortalecimiento de estas competencias podría estar asociado con el conocimiento matemático y profesional docente.

Apoyando lo anterior, Solar y Rojas (2015) ponen de manifiesto la necesidad de presentar sugerencias para el profesor de matemáticas, relacionadas con cómo gestionar actividades enfocadas al desarrollo del álgebra temprana. Asuntos como estos conducen a pensar de un modo especial en la gestión de la enseñanza, los conocimientos matemáticos para la misma, en el campo de la didáctica y de la disciplina, y en la reflexión sobre cuestiones pedagógicas generales que facilitan o no el aprendizaje (Espinoza, Barbé y Gálvez, 2009).

En este escenario, las reflexiones sobre las prácticas docentes permiten generar orientaciones didácticas propicias para el trabajo algebraico escolar; estas, sumadas a la actuación del profesor, motivada por la decisión de cambiar las posibles circunstancias no favorables para el aprendizaje, estarían evidenciando una manifestación de su desarrollo profesional (Ponte, 2012), el cual es entendido como “el desarrollo progresivo de potencialidades y la construcción de nuevos saberes, está marcado por las dinámicas sociales y colectivas, y depende de las formas de articular intereses, necesidades y recursos del profesorado” (p. 9).

En este orden de ideas, el desarrollo profesional docente parece ser un elemento de análisis a la hora de reflexionar sobre la actuación de los profesores, frente a la necesidad de incluir el razonamiento algebraico en grados de la educación básica primaria. La expresión “desarrollo profesional” bien podría asociarse con “formación permanente, formación continua, formación en servicio, desarrollo de recursos humanos, aprendizaje a lo largo de la vida o capacitación” (Vaillant, 2016, p. 8); otras veces, es entendido como un proceso (acciones y estrategias encaminadas al cambio), o como el cambio que experimenta un profesor (Climent, 2002), pero también puede entenderse en otras perspectivas; por ejemplo, para Vaillant (2016):

(...) la noción de “desarrollo profesional” es el que se adapta mejor a la concepción del docente como profesional de la enseñanza. Asimismo, el concepto “desarrollo” tiene una connotación de evolución y continuidad, que supera la tradicional yuxtaposición entre formación inicial y perfeccionamiento de los docentes. (p. 8)

La anterior noción, es un posible acercamiento al desarrollo profesional docente como una manifestación del aprendizaje continuo a lo largo de toda la carrera (Vaillant, 2016); este, además, puede ser entendido como la ampliación del conocimiento del profesor, en relación con la materia que enseña, y su aprendizaje (Climent, 2002). Estas consideraciones, sumadas a

la reflexión sobre la práctica, al desarrollo continuo de potencialidades (Ponte, 2012) y al denominado “aprendizaje de la práctica” (Vaillant y Marcelo, 2015; Lin & Rowland, 2016), podrían ofrecer una interpretación de cómo se entiende el papel del docente, cómo podría este cambiar sus prácticas o cómo debería actuar, teniendo en cuenta la incursión del álgebra temprana, para el caso particular de este estudio.

Otro estudio situado en el campo del desarrollo profesional del profesor de primaria (Climent, 2002) reporta que este puede ser concebido en perspectivas variadas, enmarcadas en asuntos como: concepciones de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje, su conocimiento, su actuación en el aula y su reflexión. Particularmente, la investigación llevada a cabo por Climent (2002), tuvo como objetivo el desarrollo profesional de una maestra de primaria, a través de la investigación sobre la resolución de problemas, y se enfocó principalmente en cómo se reflejaba dicho desarrollo en aspectos como el conocimiento, las reflexiones y modificaciones sobre la práctica. Lo presentado en el estudio pone en relieve los aspectos fundamentales de las concepciones, el conocimiento y el desarrollo profesional del profesor.

En coherencia con estas ideas, tanto el conocimiento del profesor como las prácticas de enseñanza, pueden ser mejorados a través de programas de desarrollo profesional (Borko, 2004); de esta manera, promover el razonamiento algebraico de los estudiantes requiere de un conocimiento amplio y flexible por parte del profesor, lo que implica comprender los hechos y conceptos centrales de la disciplina, los cuales pueden apoyarse con programas de desarrollo profesional (Borko, 2004).

De este modo, lograr un acercamiento para entender la complementariedad entre el conocimiento del profesor y el desarrollo profesional docente, implica comprender que en ellos convergen asuntos como: el conocimiento disciplinar, didáctico, la reflexión e investigación de la práctica profesional, el reconocimiento del estudiante y del contexto (Ponte, 2012).

Particularmente, los diversos análisis a las revisiones teóricas, posibilitan una aproximación a la interpretación del desarrollo profesional, en el marco de las reflexiones sobre la práctica de los profesores de matemáticas; estas revelan, a su vez, una postura frente a cómo estos aprenden a mejorar sus prácticas, en tres contextos: el aprendizaje a través de la enseñanza, a través de la investigación y mediante la participación en una comunidad de aprendizaje (Lin & Rowland, 2016).

En este sentido, el desarrollo profesional podría considerar al profesor en su ejercicio profesional, como un sujeto reflexivo y crítico, lo cual puede implicar la necesidad de centrar los procesos de formación en la investigación sobre la propia práctica pedagógica, y así conducir a que él tome decisiones sobre los asuntos que necesita aprender para mejorar sus procesos educativos. Particularmente, cabe la reflexión sobre si los profesores están en condiciones de tomar dichas decisiones para consolidar su razonamiento abstracto, inherente al álgebra, y enseñarlo en los niveles inferiores. De este modo, Padilla (2008) entiende que “no sólo basta con que al docente se le brinden todas las oportunidades para una adecuada preparación (...) también es necesario brindarle los espacios y tiempos para que ponga en práctica lo aprendido” (p. 93).

Asimismo, dotando de un carácter investigativo su concepción de desarrollo profesional, Kelchtermans (2004) aporta una definición para este, entendido como “un proceso de aprendi-

zaje que resulta de la interacción significativa con el contexto (espacio y tiempo) y en su pensamiento sobre esa práctica” (p. 220). Así, plantea que:

El desarrollo profesional docente puede entenderse en función de dos perspectivas o dos agentes de investigación. La primera destaca el aspecto descriptivo del proceso de desarrollo profesional, tanto en su forma como en su contenido. Se centra en las experiencias de aprendizaje y busca comprender su significado y los factores que la influyen. La segunda intenta ir más allá de la descripción, interrogando acerca de las formas en las que podemos organizar el desarrollo profesional para que sea más eficiente. (Kelchtermans, 2004, p. 77).

Esta concepción integra, entonces, las experiencias de aprendizaje (sus componentes y significados) con la búsqueda de un desarrollo profesional docente, que posibilite ahondar y reflexionar sobre la práctica. Marcelo (2009) refiere que el desarrollo profesional docente es un proceso de aprendizaje evolutivo, que conduce al cambio de las prácticas de enseñanza y de la reflexión acerca del cómo y del porqué de su práctica. Además, se puede apreciar que esta concepción permite considerar que el desarrollo profesional toma un carácter dinámico y creciente, que trasciende la realidad del aula hasta una práctica reflexiva, analítica, propositiva, contextualizada y flexible, con miras al refinamiento de la misma.

Como consecuencia, tanto el desarrollo como el conocimiento profesional, convergen en la complejidad de la práctica profesional, permeada por la experiencia y por la reflexión. Ponte (2012) estima que “aprendemos a partir de nuestra actividad y de la reflexión sobre ella, participando en prácticas sociales” (p. 10); por tanto, las acciones orientadas a la práctica profesional, que permiten al profesor la interpretación de los problemas de enseñanza y aprendizaje, y la definición del enfoque de las actividades de enseñanza, aprendizaje y evaluación, definen elementos de su conocimiento profesional (Badia y Monereo, 2004).

| Conclusiones y recomendaciones

Considerando el marco de la investigación doctoral en curso, el escenario de ideas surgidas en el proceso de indagación y el análisis de cada uno de los estudios, se infiere que no abundan experiencias ni reportes de investigación en nuestro medio sobre la temática en cuestión; adicionalmente, la experiencia con colectivos de profesores en diplomados y cursos de formación, en los que el razonamiento algebraico ha suscitado reflexiones relacionadas con el conocimiento necesario para su enseñanza, permite establecer algunas conclusiones que propician un primer acercamiento a una respuesta para la pregunta: ¿qué reporta la literatura, en relación con el álgebra temprana y el papel del profesor en su inclusión en el currículo?

En consecuencia, bajo esta perspectiva, existe un consenso entre los investigadores que han enfocado sus estudios en el álgebra temprana, en cuanto a que reconocen la necesidad, justificación y pertinencia de incluirla en el currículo; situación que implicaría que los profesores tengan condiciones para diseñar tareas de carácter algebraico, las cuales promuevan este tipo de razonamiento en sus estudiantes. Tales condiciones podrían proporcionarse en el marco de un programa de formación, específicamente centrado en el álgebra temprana,

permeado por las reflexiones logradas de las interacciones consigo mismo, el medio y los pares, para la transformación del conocimiento y desarrollo profesional del profesor de primaria.

En relación con lo anterior, otro consenso entre los investigadores da cuenta de que los profesores no solo necesitan saber cómo promover el razonamiento algebraico en primaria, también deberían saber matemáticas, pero este conocimiento disciplinar no es suficiente, y, en este sentido, otros análisis se deben suscitar en el estudio doctoral en curso. Es así como, el conocimiento y desarrollo profesional docente permiten vislumbrar el papel del profesor en la inclusión del álgebra temprana. Ahora, cabe reflexionar, como investigadores, sobre las condiciones y posibilidades para que los profesores de primaria en ejercicio, con o sin formación específica en matemáticas, respondan a la necesidad manifiesta en distintos estudios: estimular el pensamiento algebraico en primaria.

La literatura consultada hasta el momento, reporta pocos estudios en el contexto colombiano, que presenten una reflexión asociada con el álgebra temprana, la cual implique la necesidad de generar espacios de reflexión en colectivos de maestros o comunidades; tampoco se reportan investigaciones que indiquen cómo podría entenderse el álgebra temprana en los documentos que orientan el currículo colombiano, pues al analizar la estructura de los Lineamientos y Estándares, podría evidenciarse un "salto" entre los elementos que se estudian en el pensamiento variacional en primaria y en secundaria.

Los estudios mencionados anteriormente reportan la posibilidad de reconocer el carácter algebraico implícito en el razonamiento numérico, y aunque esto no es necesariamente fácil para el profesor de primaria, sí propiciaría un apoyo en la promoción del razonamiento algebraico. Dicho apoyo puede lograrse a través de procesos de formación y fortalecimiento de líneas de investigación, en el campo del conocimiento para la enseñanza y el desarrollo profesional. En este sentido, aunque el álgebra temprana no es un asunto nuevo en el campo de la investigación en educación matemática, sí podría ser un tanto novedosa en el currículo colombiano, especialmente si se considera que las investigaciones reportan evidencias de un trabajo superficial en primaria, sobre patrones, construcciones de secuencias y la interpretación de variaciones, descuidando hábitos de pensamiento que presten atención a las estructuras fundamentales de las matemáticas.

Poniendo en consideración los supuestos anteriores, no se puede afirmar que el álgebra no es tenida en cuenta en la educación básica primaria, pero sí se podría poner de manifiesto que, tal vez, no se hace con un enfoque adecuado que posibilite preparar a los estudiantes para razonar algebraicamente. La revisión de la literatura y su respectivo análisis, evidencia que la naturaleza, interpretación y relación del conocimiento y desarrollo profesional, son objeto de reflexión en algunas de las investigaciones que enfocan sus análisis en el razonamiento algebraico escolar temprano. En esta perspectiva, es posible reconocer que la inclusión del álgebra temprana en el currículo es una tarea y un reto, que le compete asumir tanto a las instituciones mismas como al profesor de primaria, y que podría estar directamente asociada con su conocimiento y desarrollo profesional.

Ahora bien, aunque el papel del profesor en la inclusión del álgebra temprana no está necesariamente explícito en los estudios revisados, sí se logra inferir que esto puede deberse a que este asunto no es trivial para el profesor de primaria. Por tanto, puede ser válido pensar,

en términos de los análisis logrados en el marco del conocimiento y desarrollo profesional, que la reflexión, determinación y actuación del profesor para mejorar sus prácticas, podrían ser elementos decisivos en la transformación de su conocimiento profesional, y, en este sentido, es conveniente pensar en la urgencia de generar espacios de reflexión para el profesor de primaria, en los cuales predominen interacciones que transformen su conocimiento de la enseñanza y potencien su desarrollo profesional, lo cual es objeto de interés del estudio doctoral en curso.

| Referencias

- Aké, L. (2014). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros de formación* (Tesis de doctorado). Universidad de Granada. Granada, España.
- Avalos, B. y Matus, C. (2010). *La formación inicial docente en Chile desde una perspectiva internacional. (Informe Nacional del Estudio Internacional IEA TEDS M)*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación de Chile.
- Badía, A. y Monereo, C. (2004). La construcción de conocimiento profesional docente. Análisis de un curso de formación sobre la enseñanza estratégica. *Anuario de Psicología*, 35(1), 47-70.
- Blanton, M. & Kaput, J. (2002). Design principles for tasks that support algebraic thinking in elementary school classrooms. En D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th PME International Conference* (Vol. 2) (pp. 105-112). Norwich, England: PME Conference Committee.
- Blanton, M. & Kaput, J. (November, 2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Borko, H. (November, 2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Branco, N. & Ponte, J. (2012). Developing algebraic and didactical knowledge in pre-service primary teacher education. En T. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2) (pp. 75-82). Taipei, Taiwan: PME.
- Britt, M. e Irwin, K. (2011). Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. En J. Cai & E. Knuth (Eds.). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 137-159). Berlin, Germany: Springer.
- Brizuela, B., Martínez, M. & Cayton-Hodges, G. (June, 2013). The impact of early algebra: Results from a longitudinal intervention. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 209-241.
- Butto, C. y Rojano, T. (abril, 2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje

basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148.

Cai, J. & Knuth, E. (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. Berlin, Germany: Springer.

Cañadas, M. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. Lupiáñez, J. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Carpenter, T., Frankle, M. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, England: Heinemann.

Carraher, D. & Schlieman, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2) (pp. 669-706). Charlotte, United States: Information Age Publishing.

Castro, W. (2011). *Evaluación y desarrollo de competencias de análisis didáctico de tareas sobre razonamiento algebraico elemental en futuros profesores* (Tesis de doctorado). Universidad de Granada. Granada, España. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Walter_Castro_tesis.pdf

Castro, W. y Godino, J. (2008). Evaluación del razonamiento algebraico elemental en futuros maestros: Un estudio exploratorio. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. XII (pp. 273-282). Badajoz, España: Sociedad E española de Investigación en Educación Matemática –SEIEM–.

Castro, W., Godino, J. y Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un desafío para la formación de maestros. En G. García (Ed.), *Memorias del 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 92-99). Armenia, Colombia: Gaia.

Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Michigan, Estados Unidos: Proquest Michigan University.

Derry, S., Wilsman, M. y Hackbarth, A. (2007). Using contrasting case activities to deepen teacher understanding of algebraic thinking and teaching. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 305-329.

Espinoza, L., Barbé, J. y Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(2), 157-168.

Godino, J. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada.

Godino, J., Aké, L., Contreras, A., Díaz, C., Estepa, A., Blanco, T., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, L. y Wilhelmí, M. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos

didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 127-150. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1468>

Godino, J., Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. (abril, 2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42B), 483-511.

Guimarães, F., Arcavi, A., Gómez, B., Ponte, J. y Silva, J. (2006). O ensino aprendizagem dos Números e da Álgebra: Que problemas, que desafios? Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos y P. Canavaro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*, (pp.361-379). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Hohensee, C. (June, 2017). Preparing elementary prospective teachers to teach early algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(3), 231-257.

Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. Dartmouth, United States: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kelchtermans, G. (2004). CPD for professional renewal: moving beyond knowledge for practice. En C. Day & J. Sachs (Eds.), *International Handbook on the continuing Professional Development of Teacher* (pp. 217-237). Berkshire, England: McGraw-Hill Education.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.

Lin, F. & Rowland, T. (2016). Pre-Service and In-Service Mathematics Teachers' Knowledge and Professional Development. En C. Á. Gutiérrez (Ed.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 483-520). Rotterdam, Holland: Sense Publishers.

Marcelo, C. (2009). La evaluación del desarrollo profesional docente: de la cantidad a la calidad. *Revista Brasileira de Formação de professores*, 1(1), 43-70.

Mason, J. (2008). Making use of children's power to produce algebraic thinking. En J. Kaput, D. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 57-94). New York, United States: Lawrence Erlbaum Associates y National Council of Teachers of Mathematics.

Ministerio de Educación Nacional –MEN-. (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional –MEN-. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Molina, M. (2007). La integración del pensamiento algebraico en educación primaria. En M. Camacho, P. Flores y M. Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 53-70). Tenerife, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática –SEIEM-.

- Mulligan, J., Prescott, A., Papic, M. & Mitchelmore, M. (2006). Improving early numeracy through a pattern and structure mathematics awareness program (PASMAT). In P. Clarkson, A. Downtown, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roeh (Eds.) *Building connections: Theory, research and practice (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia)* (pp. 376-383). Melbourne, Australia: MERGA.
- National Council of Teachers of Mathematics –NCTM-. (1998). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, United States: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics –NCTM-. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, United States: National Council of Teachers of Mathematics.
- Padilla, E. (enero-junio, 2008). La formación del docente universitario con miras al desarrollo. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 2(1), 90-99.
- Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), *Crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona, España: Graó.
- Santa, Z. (2016). *Producción de conocimiento geométrico escolar de un colectivo de profesores-con-doblado-de-papel* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A. & Lara-Roth, S. (2003). Algebra in elementary school. En N. Pateman, B. Dougherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 25th Conference of Psychology of Mathematics Education North America* (Vol. 4) (pp. 127-134). Honolulu, Hawaii: University of Hawaii.
- Sierra, T. y Gascón, J. (2011). Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación infantil y primaria. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco, J. Lorenzo y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-164). Ciudad Real, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática –SEIEM-.
- Solar, H. y Rojas, F. (julio, 2015). Elaboración de orientaciones didácticas desde la reflexión docente: el caso del enfoque funcional del álgebra escolar. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10(1), 14-33. Recuperado de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662015000100002&lng=es&tylng=es
- Vaillant, D. (2016). El fortalecimiento del desarrollo profesional docente: una mirada desde Latinoamérica. *Journal of Supranational Policies of Education*, (5), 5-21.
- Vaillant, D., y Marcelo, C. (2015). *El A, B, C, D de la Formación Docente*. Madrid, España: Narcea.
- Vergel, R. (octubre, 2010). La perspectiva de cambio curricular early-algebra como posibilidad

para desarrollar el pensamiento algebraico en escolares de educación primaria: una mirada al proceso matemático de generalización. En *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Encuentro llevado a cabo en la Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1163/1/69_La_Perspectiva_de_Cambio_Curricular_Early-Algebra_Asocolme2010.pdf

Vergel, R. (2016). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.